



Universität
Basel



Anfängerpraktikum Physik

IU2 - Gravitationskonstante

Gruppe: Student/in 1, Student/in 2
Versuchsdatum: 14. Februar 2020
Zeitaufwand: 8 h
Betreuer: Name des Betreuers

Hiermit erkläre ich, dass diese Ausarbeitung von mir (bzw. meiner Praktikumsgruppe) selbstständig angefertigt wurde und keine Kopie (auch nicht auszugsweise) einer schon bestehenden Ausarbeitung ist. Mir ist bekannt, dass bei Nichtbeachtung der entsprechende Versuch wiederholt werden muss. Weiterhin erkläre ich über die Regularien des Anfängerpraktikums in Kenntnis gesetzt worden zu sein und diese Regularien zu berücksichtigen und zu akzeptieren. Mir ist auch bekannt, dass ich bei groben Regelverstößen und/oder wissenschaftlichem Fehlverhalten aus dem Anfängerpraktikum ausgeschlossen werden kann!

Datum: 15. Februar 2020

Unterschriften Studierende:

Student/in 1

Student/in 2

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	1
2.1	Das Gravitationsgesetz nach Newton	1
2.2	Versuch nach Cavendish	1
2.3	Gegendrehmoment der "zweiten" Kugel	3
3	Versuchsaufbau und -durchführung	5
3.1	Experimenteller Aufbau	5
3.2	Versuchsdurchführung	5
3.2.1	Vor den Messungen	6
3.2.2	Messungen	6
4	Auswertung	7
4.1	Bestimmung aller Variablen	7
4.2	Bestimmung der Gravitationskonstante	10
5	Diskussion	11
5.1	Einordnung des Ergebnisses	11
5.2	Versuchsaufbau und -durchführung	11
5.3	Fazit	11
	Literatur	12
	Messdaten	13

1 Einleitung

Ziel dieses Experiments ist eine Bestimmung der Gravitationskonstante γ mittels einer Gravitationswaage. Dieser Versuch wurde zuerst von Henry Cavendish 1798 durchgeführt. Der experimentell bestimmte Wert soll anschliessend mit dem Literaturwert von $\gamma = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ verglichen werden [1, 2].

2 Theoretische Grundlagen

Im Folgenden wird der theoretische Hintergrund erörtert. Dieser ist stark angelehnt an die Versuchsanleitung [3]. Wenn nicht anders angegeben, wird diese hier als einzige Quelle verwendet.

2.1 Das Gravitationsgesetz nach Newton

Newton erkannte, dass zwischen zwei Massenpunkten m_1 und m_2 eine anziehende Wechselwirkung stattfindet. Ausgehend von den Keplerschen Gesetzen fand er das nach ihm benannte Gravitationsgesetz

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (2.1)$$

Dabei ist F der Betrag der Kraft und r der Abstand zwischen den beiden Massenpunkten. γ ist die Gravitationskonstante und kann in dieser Formel als Proportionalitätskonstante verstanden werden.

2.2 Versuch nach Cavendish

In diesem Versuch wird eine Gravitationswaage benutzt. Diese besteht aus einem dünnen Torsionsfaden, an dem ein Querbalken mit einer kleinen Bleikugel an jedem Ende befestigt ist (siehe Abbildung 1). Ausserhalb befinden sich zwei grosse Bleikugeln, die die kleinen gravitativ anziehen und so auf den Torsionsfaden ein Drehmoment ausüben. Ein Laser wird über einen Spiegel am Torsionsfaden auf ein Massstab reflektiert, um Auslenkungen bestimmen zu können.

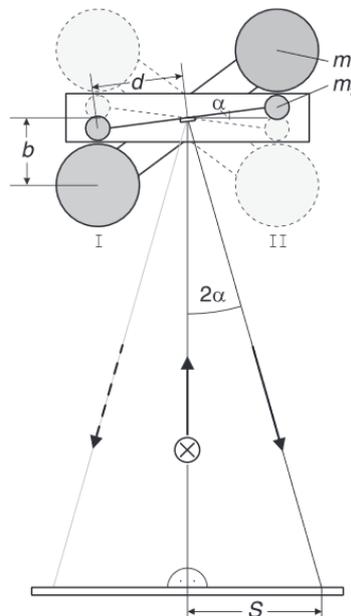


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Versuchs aus der Vogelperspektive. Die beiden kleinen Bleikugeln haben je eine Masse von m_2 während die grossen je eine Masse von m_1 haben. b ist der Abstand zwischen einer grossen und kleinen Bleikugel in einer Gleichgewichtslage (*I* oder *II*) und d ist der Abstand von einer kleinen Bleikugel zum Torsionsfaden. α ist der Auslenkwinkel in der Gleichgewichtslage und S ist die Distanz zwischen der Nulllage des Torsionspendels und des Lichtzeigers auf einem Massstab.

Ausgehend von Abbildung 1 erhält man nun analog zu Gleichung 2.1 die Gravitationskraft zwischen einer kleinen und der näher liegenden grossen Bleikugel, gegeben durch

$$F_G = \gamma \frac{m_1 m_2}{b^2}. \quad (2.2)$$

Betrachtet man nun als Ausgangslage die Position I der Kugeln. Auf Grund der Gravitationskraft wirkt auf beiden Enden des Querbalkens ein Drehmoment auf den Torsionsfaden. Das Gesamtdrehmoment M_I kann deshalb geschrieben werden als

$$M_I = 2F_G d = 2\gamma \frac{m_1 m_2}{b^2} d, \quad (2.3)$$

wobei hier Gleichung 2.2 eingesetzt wurde. Als Gegenkraft wirkt das Rückstellmoment des Torsionsfadens. Das bedeutet für Position I erhält man als Gleichgewichtsbedingung

$$M_I = -D\alpha_I, \quad (2.4)$$

wobei D die Winkelrichtgrösse, auch Direktionsmoment genannt [2], ist. Der Winkel α_I entspricht dem Winkel α . Der Verständlichkeit wegen wurde aber nun ein Index zur entsprechenden Gleichgewichtslage hinzugefügt. Auf Grund der Symmetrie des Versuchsaufbaus kann man also analog zur ersten Position als Gleichgewichtsbedingung für Position II hinschreiben

$$M_{II} = -D\alpha_{II}. \quad (2.5)$$

Werden die grossen Bleikugeln von Position I umgeschwenkt auf Position II , so dreht sich das Drehmoment um, so dass gilt

$$M_{II} = -M_I. \quad (2.6)$$

Die kleinen Kugeln werden nun von der entgegen gerichteten Seite angezogen, so dass sich der Torsionsfaden mit einer gedämpften Schwingung auf die neue Gleichgewichtslage einstellen wird. Als Differenz der beiden Drehmomente M_I und M_{II} kriegt man unter Verwendung der letzten drei Gleichungen

$$M_I - M_{II} = 2M_I = -(D\alpha_I - D\alpha_{II}) = D(\alpha_{II} - \alpha_I). \quad (2.7)$$

Setzt man nun Gleichung 2.3 in Gleichung 2.7 ein, so erhält man

$$D(\alpha_{II} - \alpha_I) = 2M_I = 4\gamma \frac{m_1 m_2}{b^2} d. \quad (2.8)$$

Der Torsionsfaden mit dem Querbalken (und den kleinen Bleikugeln) kann als Torsionspendel, oder Drehpendel, bezeichnet werden. Aus der Bewegungsgleichung und der Lösung eines gedämpften Drehpendels folgt für das Direktionsmoment [2]

$$D = \left(\frac{4\pi^2}{T^2} + \delta^2 \right) J = \frac{(4\pi^2 + T^2 \delta^2) J}{T^2}, \quad (2.9)$$

wobei J das Trägheitsmoment des Drehpendels, T dessen Periodendauer und δ die Abklingkonstante ist. Das Trägheitsmoment kann approximiert werden durch

$$J \approx 2m_2 d^2. \quad (2.10)$$

Bei dieser Näherung wurden die Kugeln als Punktmassen approximiert und die Massen des Querbalkens und des Torsionsfadens wurden vernachlässigt. Dies ist gültig, da die Kugeln viel schwerer sind als Balken und Faden zusammen und weil die Kugeln nur eine kleine räumliche Ausdehnung haben. Setzt man Gleichung 2.9 zusammen mit der Approximation für das Trägheitsmoment J in Gleichung 2.8 ein und löst nach der Gravitationskonstante γ , so kriegt man

$$\gamma \approx \frac{(4\pi^2 + T^2 \delta^2) b^2 d}{2m_1 T^2} (\alpha_{II} - \alpha_I). \quad (2.11)$$

Die beiden Winkel α_I und α_{II} lassen sich über die Lichtzeigerposition auf dem Massstab bestimmen (siehe Abbildung 1). Die senkrechte Distanz zwischen dem Torsionsfaden und dem Massstab wird von nun an als L definiert. Damit folgt sofort

$$\tan(2\alpha) = \frac{S}{L}. \quad (2.12)$$

Es gilt hier die Kleinwinkelnäherung, genauer $\tan(x) \approx x$. Somit gilt

$$2\alpha \approx \frac{S}{L} \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \approx \frac{S}{2L}. \quad (2.13)$$

Einsetzen in Gleichung 2.11 ergibt

$$\gamma \approx \frac{(4\pi^2 + T^2\delta^2) b^2 d \tilde{S}}{4m_1 T^2 L}, \quad (2.14)$$

wobei $\tilde{S} = |S_I - S_{II}|$. Da das Vorzeichen der Differenz von der Wahl des Koordinatensystems abhängig ist, wird der Absolutwert der Differenz gewählt. Dadurch wird vermieden, dass die Gravitationskonstante einen negativen Wert erhält.

2.3 Gegendrehmoment der "zweiten" Kugel

Bei der Bestimmung des Gesamtdrehmoments in Position I in Gleichung 2.3 wurde für jede kleine Bleikugel nur die näher liegende grosse Kugel betrachtet. Die andere grosse Kugel hat aber einen nicht vernachlässigbaren gravitativen Effekt und muss berücksichtigt werden.

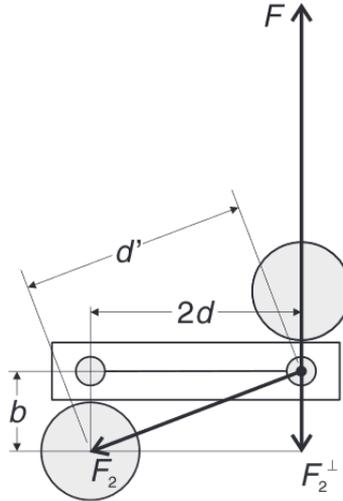


Abbildung 2: Schema zur Bestimmung des Gegendrehmoments der "zweiten" Kugel. d' zeigt die Distanz von einer kleinen Kugel zur "zweiten" grossen Kugel. Die dazugehörige Gravitationskraft ist mit F_2 gekennzeichnet. F_2^\perp ist der zur Kraft F entgegengesetzte Anteil von F_2 .

Man beachte Abbildung 2. Daraus erkennt man, dass Gleichung 2.3 genauer geschrieben

$$M_I = 2 \left(F - F_2^\perp \right) d \quad (2.15)$$

sein muss (man beachte, dass in diesem Kontext $F = F_G$ wie oben gilt). Aus der Geometrie der Kugelanordnung sieht man, dass gilt

$$F_2^\perp = F_2 \frac{b}{d'}. \quad (2.16)$$

Betrachtet man die Gravitationskräfte F und F_2 in Form von Gleichung 2.2, findet man den Zusammenhang

$$F_2 = F \frac{b^2}{d'^2}. \quad (2.17)$$

Setzt man alles in Gleichung 2.15 ein erhält man

$$M_I = 2Fd \left(1 - \frac{b^3}{d'^3}\right), \quad (2.18)$$

wobei $d' = \sqrt{(2d)^2 + b^2}$ gilt, was sofort aus Abbildung 2 folgt.

Verwendet man nun Gleichung 2.18 an Stelle von Gleichung 2.3 in Gleichung 2.8, so erhält man schließlich für die Gravitationskonstante

$$\gamma \approx \frac{(4\pi^2 + T^2\delta^2) b^2 d \tilde{S}}{4m_1 T^2 L} K, \quad (2.19)$$

wobei $\tilde{S} = |S_I - S_{II}|$ und $K = \left(1 - \left(b/\sqrt{(2d)^2 + b^2}\right)^3\right)^{-1}$.

Damit ist nun ein Ausdruck gefunden worden, worin alles messbare, bzw. bestimmbare Parameter vorhanden sind. Die Parameter b , d , m_1 und L sind direkt messbar. Die Parameter \tilde{S} , δ und T lassen sich über das Verhalten des Einschwingens des Drehpendels in eine neue Gleichgewichtslage bestimmen. Dieses Verhalten kann bestimmt werden, indem man die Auslenkungen der Lichtzeigerposition auf dem Massstab zu verschiedenen Zeitpunkten des Einschwingens misst und eine entsprechende Funktion fittet. Aus den Parametern der Fitfunktion lassen sich dann \tilde{S} und T ermitteln.

3 Versuchsaufbau und -durchführung

3.1 Experimenteller Aufbau

Eine schematische Darstellung des Versuchs ist bereits in Abbildung 1 gegeben. Eine etwas realistischere Darstellung des Versuchs ist in Abbildung 3 gegeben. Die Beschreibung der Apparatur und die Versuchsprozedur orientieren sich an der Versuchsanleitung [3].

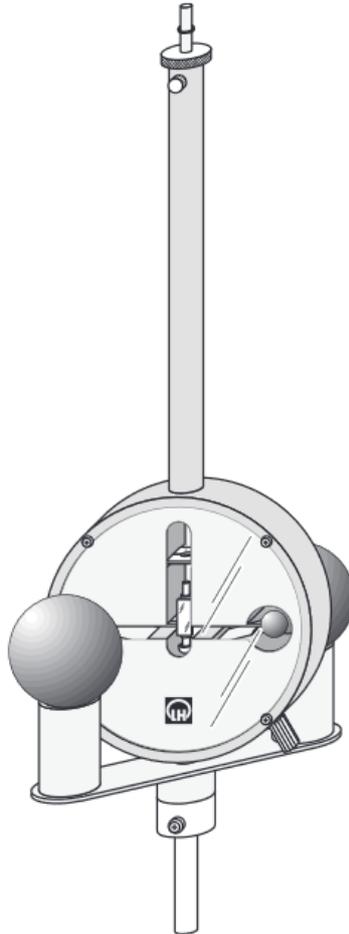


Abbildung 3: Skizze zum Versuchsaufbau

Die Gravitationswaage ist in ein Gehäuse eingebaut, um es vor äusseren mechanischen Einflüssen wie Wind zu schützen. Im Gehäuse ist der Querbalken mit den kleinen Bleikugeln zu erkennen. Ebenso ist am Torsionsfaden ein Spiegel zu erkennen, der einen Laser auf ein Massstab reflektiert. Die Laserquelle und der Massstab sind schematisch in Abbildung 1 eingezeichnet. Die ganze Apparatur ist an einer Wand montiert um zu vermeiden, dass sich die Gravitationswaage neigt und Fehler generiert und nicht bei jeder Durchführung wieder kontrolliert werden muss, ob sie senkrecht steht. Eine elektrische Erdung garantiert, dass die Apparatur elektrisch ungeladen ist und somit nur die gravitative Wechselwirkung messbar wird.

3.2 Versuchsdurchführung

In der Versuchsanleitung sind bereits einige Werte gegeben, die für die Auswertung wichtig sein werden (siehe unten). Die einzigen Werte, die deshalb zunächst experimentell bestimmt werden müssen, sind \tilde{S} und T . Das bedeutet, es sind Messungen über den Einschwingprozess von einer Gleichgewichtsposition zur anderen nötig (also von Position *I* zu Position *II* gemäss Abbildung 1). Konkret soll in regelmässigen zeitlichen Abständen die Auslenkung zur Startposition gemessen werden. Die Startpositionen sind dabei die Werte für S_I und S_{II} , welche benötigt werden, um \tilde{S} zu berechnen.

3.2.1 Vor den Messungen

Bevor eine Messung gemacht werden kann, sollte die Versuchsanordnung mindestens zwei Stunden erschütterungsfrei stehen gelassen werden, damit sich das Drehpendel einschwenken kann. Zur Kontrolle kann der Laser eingeschaltet und die Stabilität der Startposition für einige Minuten beobachtet werden. Sind die Schwankungen sehr gering, können die Messungen gestartet werden.

3.2.2 Messungen

Damit alle nötigen Daten erhoben werden können, sollte folgender Ablauf beachtet werden:

- Startposition notieren
- Bleikugeln schnell aber vorsichtig umschwenken um Erschütterungen am Gehäuse möglichst zu vermeiden. Besondere Vorsicht ist geboten, dass der Umschwenkhebel mit den Kugeln nicht in den Anschlag prallt.
- Während 30 min nun alle 30 s die Anzeige des Laserpunktes auf dem Massstab notieren (dafür wird eine Stoppuhr zur Hilfe genommen).

Nach der letzten Messung sollte die Apparatur für 60 bis 90 min stehen gelassen werden, damit sich das Torsionspendel in die neue Gleichgewichtslage einschwenken kann. Nach Erreichen der Gleichgewichtslage kann obige Prozedur in einer zweiten Messreihe wiederholt werden. Am Ende der zweiten Messreihe sollte der Laser wieder ausgeschaltet werden.

Man beachte, dass zwei Skalen verwendet werden. Einerseits jene des Massstabs, um Startpositionen und Auslenkungen zu messen, andererseits jene der Stoppuhr, um die zeitlichen Abstände zu bestimmen. Entsprechend sollen vernünftige systematische Fehler abgeschätzt werden.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung aller Variablen

Bevor die erhobenen Messdaten ausgewertet werden soll an dieser Stelle, wie bereits oben erwähnt wurde, einige in der Versuchsanleitung [3] bereits gegebenen Grössen angegeben werden. Diese Werte sind nicht exakt, haben also alle einen systematischen Fehler bereits gegeben (siehe Tabelle 1). Alle Formeln, die zu den Berechnungen von Fehlern nötig sind, wurden aus [4] und [5] entnommen.

Grösse	Variable	Wert
Masse der grossen Bleikugeln	m_1	(1500 ± 10) g
Abstand der kleinen Kugeln vom Torsionsfaden	d	(4.94 ± 0.01) cm
Abstand einer kleinen Kugel zur grossen Kugel	b	(4.85 ± 0.01) cm
Abstand des Drehpendels zum Massstab	L	(277 ± 0.5) cm

Tabelle 1: Gegebene Grössen mit systematischen Fehlern aus der Versuchsanleitung

Zur Bestimmung von \tilde{S} , δ und T wurden beide Messreihen geplottet. Zusätzlich wurde an jede Messreihe eine gedämpfte Schwingung der Form

$$y(x) = y_0 + Ae^{-qx} \sin(wx + p)$$

gefittet.

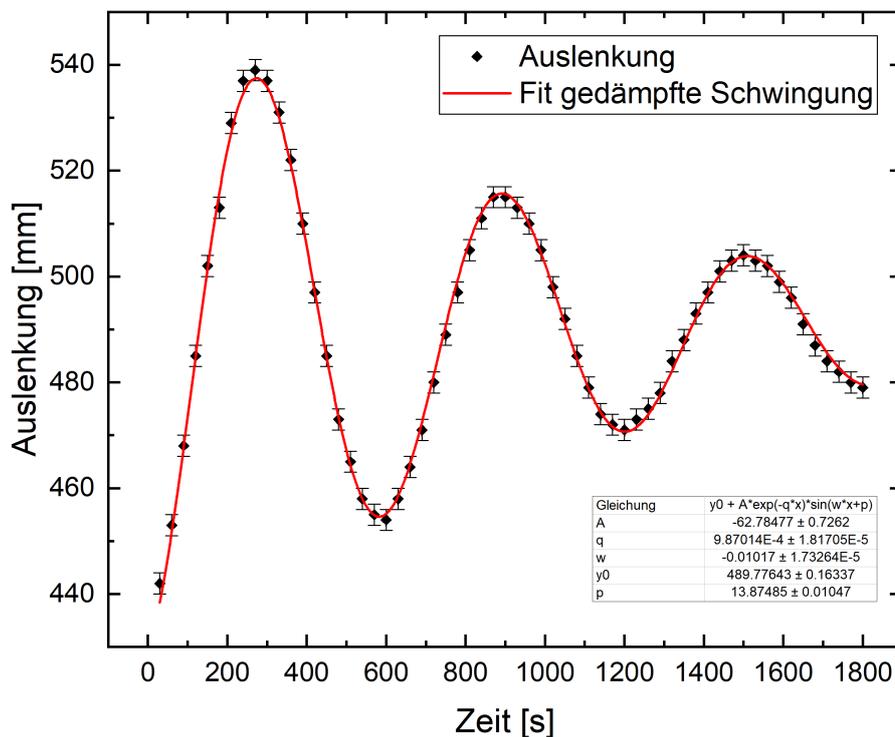


Abbildung 4: Gemessene Auslenkung gegenüber der Zeit der ersten Messreihe. Der systematische Fehler der Zeit ist auf Grund des grossen Gesamtzeitintervalls nicht sichtbar. Zur Abschätzung der Fehler siehe Anhang.

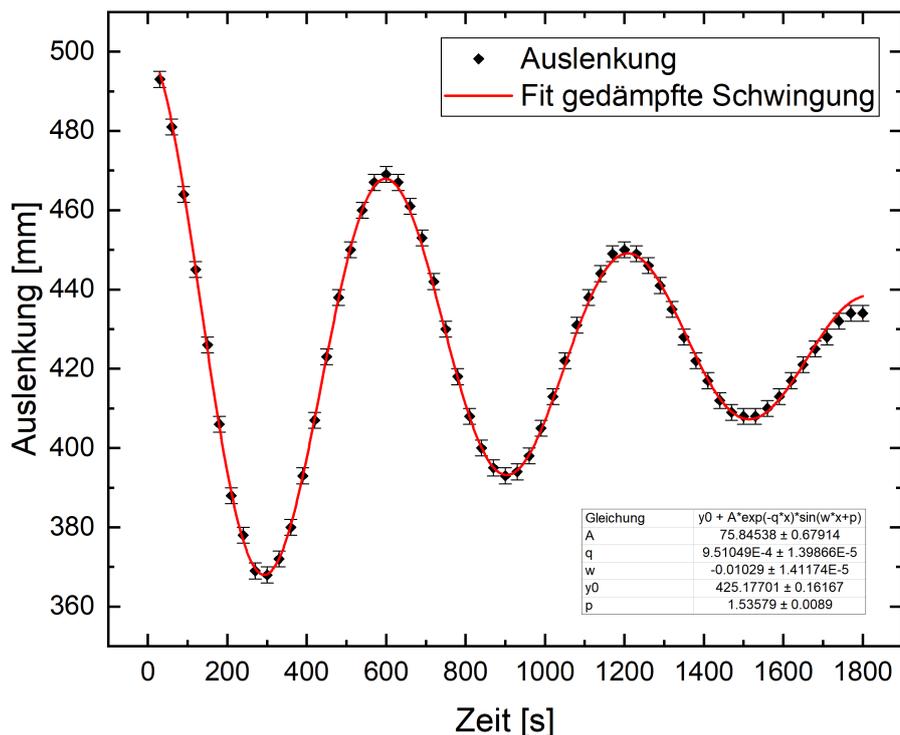


Abbildung 5: Gemessene Auslenkung gegenüber der Zeit der zweiten Messreihe. Der systematische Fehler der Zeit ist wie bei der ersten Messreihe auf Grund des grossen Zeitintervalls nicht sichtbar. Zur Abschätzung der Fehler siehe Anhang.

Aus den Fits (siehe Abbildung 4 und Abbildung 5) sind Werte für die Kreisfrequenzen der jeweiligen Schwingung ablesbar, gegeben über den Parameter w , im Folgenden ω genannt. Genauso erhält man nun Werte für die Startwerte S_I und S_{II} , in den Graphen als y_0 bezeichnet und Werte für die Abklingkonstante δ , gekennzeichnet mit q .

Da zwei Messreihen gemacht wurden, liegen auch zwei Werte für ω vor. Beide haben ein negatives Vorzeichen. Man kann aber auf Grund der gefitteten Funktion das Vorzeichen ignorieren, da gilt

$$y_0 + Ae^{-qx} \sin(-wx + p) = y_0 - Ae^{-qx} \sin(wx - p).$$

Da die Fits die systematischen Fehler der Datenpunkte minimieren, wird der systematische Fehler für ω vernachlässigbar klein, sodass hier nur der statistische Fehler berücksichtigt wird. Dafür wird zunächst der gewichtete Mittelwert gebildet gemäss

$$\bar{x}_g = \frac{\sum_i g_i \cdot x_i}{\sum_i g_i}, \quad \text{wobei } g_i = \frac{1}{\Delta x_i}. \quad (4.1)$$

Die g_i sind dabei die Gewichte der Werte $x_i \pm \Delta x_i$. Der Fehler des gewichteten Mittelwerts berechnet sich mit

$$\Delta \bar{x}_g = \frac{1}{\sqrt{\sum_i g_i}}. \quad (4.2)$$

Verwendet man nun Gleichung 4.1 und Gleichung 4.2, erhält man schliesslich als finalen Wert für die Kreisfrequenz $\omega = (1.02 \cdot 10^{-2} \pm 1.09 \cdot 10^{-5}) \text{ s}^{-1}$.

Aus der Kreisfrequenz kann nun die Periodendauer T mit

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (4.3)$$

bestimmt werden. Fehlerfortpflanzungen von indirekt bestimmten Grössen $G(x_i)$, $i = \{1, 2, \dots\}$ werden berechnet mit

$$|\Delta G_{sys}| = \sum_i \left| \frac{\partial G}{\partial x_i} \Delta x_{i_{sys}} \right|, \quad (4.4)$$

$$|\Delta G_{stat}| = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial G}{\partial x_i} \Delta x_{i_{stat}} \right)^2}. \quad (4.5)$$

Da der Fehler des gewichteten Mittelwerts ein statistischer Fehler ist, kann der Fehler der Periodendauer mit Gleichung 4.5 bestimmt werden. Somit erhält man $T = (613.47 \pm 0.66)$ s.

Das selbe Vorgehen für ω kann für die Abklingkonstante δ verwendet werden. Auch bei ihr wird der systematische Fehler durch die Fits minimiert, so dass er vernachlässigbar klein wird. Der finale Wert für δ wird wieder mit dem gewichteten Mittelwert und dessen Fehler gemäss Gleichungen 4.1 und 4.2 bestimmt, so dass $\delta = (6.83 \cdot 10^{-3} \pm 1.11 \cdot 10^{-5}) \text{ s}^{-1}$.

Zur Bestimmung von \tilde{S} braucht es eine Berechnung von S_I und S_{II} . Dazu werden einerseits die Fitparameter y_0 aus Abbildung 4 und Abbildung 5 und andererseits die gemessenen Startpositionen (siehe Anhang) betrachtet. Auf Grund des Vorgehens bei der Messung entspricht die direkt gemessene Startposition der ersten Messreihe dem gefitteten Wert aus Abbildung 5 und die direkt gemessene Startposition aus der zweiten Messreihe entspricht dem gefitteten Wert aus Abbildung 4. Das bedeutet, es existieren jeweils zwei unterschiedliche Bestimmungen sowohl für S_I als auch für S_{II} . Daraus folgt unmittelbar, dass wie bei der Kreisfrequenz und der Abklingkonstante auch hier zur Bestimmung des bestmöglichen Wertes wie zuvor der gewichtete Mittelwert gemäss Gleichung 4.1 gebildet wird. Zur Abschätzung dessen systematischen Fehlers scheint sowohl der Fehler des Fits als auch die Abschätzung der direkten Messung (siehe Anhang) ungenügend. Dies erkennt man dadurch, dass jeweils die beiden Werte der Gleichgewichtspositionen pro Messreihe eine verhältnismässig grosse Differenz aufweisen. Diese Differenz kann mit keiner der gemachten Fehlerabschätzungen überbrückt werden. Daher scheint es sinnvoll, den systematischen Fehler jeweils als die Differenz zwischen den Werten der jeweiligen Startposition zu wählen. Zur Bestimmung des statistischen Fehlers wird wie zuvor Gleichung 4.2 verwendet. Dies ergibt folgende Werte für die Startpositionen:

$$S_I = (425.18 \pm 0.16 \pm 10.83) \text{ mm},$$

$$S_{II} = (489.78 \pm 0.16 \pm 9.22) \text{ mm}.$$

Hierbei ist $0.16 \text{ mm} = |\Delta S_{I_{stat}}|$ der statistische und $10.83 \text{ mm} = |\Delta S_{I_{sys}}|$ der systematische Fehler für die Gleichgewichtslage von Position I und $0.16 \text{ mm} = |\Delta S_{II_{stat}}|$ der statistische und $9.22 \text{ mm} = |\Delta S_{II_{sys}}|$ der systematische Fehler für die Gleichgewichtslage von Position II. Mit Hilfe von Gleichung 4.4 und Gleichung 4.5 lässt sich nun der finale Wert von \tilde{S} ermitteln. Man erhält

$$\tilde{S} = (64.60 \pm 0.22 \pm 20.05) \text{ mm},$$

wobei $0.22 \text{ mm} = |\Delta \tilde{S}_{stat}|$ der statistische und $20.05 \text{ mm} = |\Delta \tilde{S}_{sys}|$ der systematische Fehler ist.

Damit sind nun alle nötigen Variablen mit ihren Fehlern berechnet. Sie sind zusammengefasst in unten stehender Tabelle 2 dargestellt.

Grösse	Variable	Wert	stat. Fehler	sys. Fehler
Masse der grossen Bleikugeln	m_1	1500 g	0	10 g
Abstand kleine Kugeln – Torsionsfaden	d	4.94 cm	0	0.01 cm
Abstand kleine Kugel – grosse Kugel	b	4.85 cm	0	0.01 cm
Abstand Drehpendel – Massstab	L	277 cm	0	0.5 cm
Periodendauer	T	613.47 s	0.66 s	0
Abklingkonstante	δ	$6.83 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$	$1.11 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$	0
Differenz $ S_I - S_{II} $	\tilde{S}	64.60 mm	0.22 mm	20.05 mm

Tabelle 2: Alle Variablen mit ihren Fehlern, die nötig sind, um die Gravitationskonstante γ mit Gleichung 2.19 zu berechnen.

4.2 Bestimmung der Gravitationskonstante

Zur Bestimmung der Gravitationskonstante γ kann nun Gleichung 2.19 verwendet werden. Dabei ist zu beachten, dass die Einheiten der Variablen zunächst in ihre Grundeinheiten konvertiert werden müssen. Zur Berechnung der Fehler von γ werden wie zuvor Gleichung 4.4 und Gleichung 4.5 verwendet. Als Ergebnis erhält man schliesslich

$$\gamma = (7.48 \pm 0.03 \pm 2.43) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}.$$

Hierbei ist $\pm 0.03 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ der statistische und $\pm 2.43 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ der systematische Fehler.

5 Diskussion

5.1 Einordnung des Ergebnisses

In der Literatur findet man für den Wert der Gravitationskonstante [1, 2]

$$\gamma = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}.$$

Verglichen mit dem hier erzielten experimentellen Ergebnis liegt eine Abweichung von ungefähr 11% vor. Die gesamte Unsicherheit des experimentellen Ergebnisses beträgt rund 37%. Auch wenn der Literaturwert innerhalb des erreichten Fehlerbereichs liegt, so ist dieser Fehler doch zu gross, um daraus folgern zu können, dass der Versuch in allen Belangen erfolgreich war. Der grosse Fehler ist hauptsächlich auf den systematischen Fehler von \tilde{S} zurückzuführen. Mögliche Ursache dafür liegt darin, dass wahrscheinlich die grossen Bleikugeln beim Umschwenken zu stark in den Anschlag prallten, so dass sich dadurch ungewollt die Gleichgewichtspositionen verändert haben.

5.2 Versuchsaufbau und -durchführung

Der Versuchsaufbau ist höchst sensibel gegenüber Erschütterungen. Dies ist wohl nicht zu vermeiden, bedenkt man die Grössenordnung der Gravitationskonstante. Da neben dem Versuchsstandort ein Güterbahnhof liegt, sind manchmal grössere Erschütterungen nicht zu vermeiden. Deshalb wäre es besser, den Versuch zu einer Zeit durchzuführen, in der der Bahnhof für ein paar Stunden nicht im Betrieb ist (dies lässt sich aber leider auf Grund der vorgegebenen Praktikumszeiten nicht immer realisieren). Ein weiterer Verbesserungsvorschlag wäre eine automatisierte Umschwenkung der grossen Bleikugeln. Bei manueller Umschwenkung muss man äusserst vorsichtig vorgehen, um Erschütterungen der Versuchsapparatur zu vermeiden. Eine sensibel eingestellte elektronische Umschwenkung könnte dieses Problem beheben.

5.3 Fazit

Mit der in diesem Versuch benutzten Gravitationswaage ist man durchaus in der Lage, gute Ergebnisse bei der Bestimmung der Gravitationskonstante zu erzielen. Auf Grund der hohen Sensibilität der Versuchsapparatur ist jedoch grosse Vorsicht geboten, um die systematischen Fehler so gering wie möglich zu halten. Das hier erzielte Ergebnis beinhaltet zwar in seinem Fehlerbereich den Literaturwert, ist aber auf Grund der insgesamt hohen Unsicherheit nur kritisch zu betrachten.

Literatur

- [1] W. Demtröder, "*Experimentalphysik 1*", 5. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, ISBN 978-3-540-79294-9.
- [2] D. Meschede, "*Gerthsen Physik*", 24. überarbeitete Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, ISBN 978-3-642-12893-6.
- [3] Versuchsanleitung zum Versuch, "*IU2 Gravitationskonstante*", <https://ap.physik.unibas.ch/PDF/Manuals/German/IU2.pdf>, 14.02.2020.
- [4] Tutorial Fehlerrechnung, "*Einführung in die Fehlerrechnung*", <https://ap.physik.unibas.ch/documents/Fehler.pdf>, 15.02.2020.
- [5] J. R. Taylor, "An Introduction to Error Analysis", 2. Auflage, University Science Books, ISBN 978-0-935702-75-0.

Messdaten

Datum: 14. Feb. 2020

IU2 - Gravitationskonstante (Messdaten zur Auswertung)

sys. Fehler Zeit: 0,3s
sys. Fehler Auslenkung: 2mm

Messreihe 1

Startposition [mm]: 436

Zeit [s]	Auslenkung [mm]	Zeit [s]	Auslenkung [mm]	Zeit [s]	Auslenkung [mm]
30	442	630	458	1230	473
60	453	660	464	1260	475
90	468	690	471	1290	478
120	485	720	480	1320	484
150	502	750	485	1350	488
180	513	780	497	1380	493
210	529	810	505	1410	497
240	537	840	511	1440	501
270	539	870	515	1470	503
300	537	900	515	1500	504
330	531	930	513	1530	503
360	522	960	510	1560	502
390	510	990	505	1590	499
420	497	1020	498	1620	496
450	485	1050	492	1650	491
480	473	1080	485	1680	487
510	465	1110	479	1710	484
540	458	1140	474	1740	482
570	455	1170	472	1770	480
600	454	1200	471	1800	479

Messreihe 2

Startposition [mm]: 499

Zeit [s]	Auslenkung [mm]	Zeit [s]	Auslenkung [mm]	Zeit [s]	Auslenkung [mm]
30	495	630	467	1230	449
60	481	660	461	1260	446
90	464	690	453	1290	441
120	445	720	442	1320	435
150	426	750	430	1350	428
180	406	780	418	1380	422
210	388	810	408	1410	417
240	378	840	400	1440	412
270	369	870	395	1470	409
300	368	900	393	1500	408
330	372	930	394	1530	408
360	380	960	398	1560	410
390	393	990	405	1590	413
420	407	1020	413	1620	417
450	423	1050	422	1650	421
480	438	1080	431	1680	425
510	450	1110	438	1710	428
540	460	1140	444	1740	432
570	467	1170	449	1770	434
600	469	1200	450	1800	434

Nulllage wurde vom Assistierenden gemessen - es ergibt sich damit, dass $L_1 \ll L_0$