

The logo consists of the letters 'IU4' in a large, purple, serif font, centered within a square frame of the same color. The 'I' and 'U' are tall and narrow, while the '4' is shorter and wider, with a distinct top bar and a bottom bar.

IU4

Modul Universalkonstanten

Elementarladung

Im vorliegenden Versuch soll die elektrische Ladung einzelner Elektronen gemessen werden. Das Experiment hat grosse historische Bedeutung; es zählt zu den fundamentalen Versuchen der Atomphysik. R.A. MILLIKAN hat 1911 mit dieser Anordnung nachgewiesen, dass die elektrische Ladung quantisiert ist, d.h. in Vielfachen einer sog. Elementarladung auftritt.

Versuch IU4 - Elementarladung

Im vorliegenden Versuch soll die elektrische Ladung einzelner Elektronen gemessen werden. Das Experiment hat grosse historische Bedeutung; es zählt zu den fundamentalen Versuchen der Atomphysik. R.A. MILLIKAN hat 1911 mit dieser Anordnung nachgewiesen, dass die elektrische Ladung quantisiert ist, d.h. in Vielfachen einer sog. Elementarladung auftritt.

1.1 Fragen zur Vorbereitung

- Woher erhalten die Öltröpfchen, die im elektrischen Feld beschleunigt/abgebremst werden, ihre Ladung?
- Im Experiment werden zwei verschiedene Messmethoden beschrieben. Welche davon ist erwartungsgemäss mit der grösseren statistischen Messunsicherheit behaftet und warum?
- Im Experiment gilt es, für eine Messmethode die Öltröpfchen in Schwebung zu versetzen. Welche Kräfte sind hier zu berücksichtigen, d.h. welche Kraft zieht die Tröpfchen nach oben, welche nach unten.
- Bei ausgeschalteter Spannung am Kondensator fallen die Tröpfchen in der Apparatur nach oben! Warum?
- Was besagen die Stokes'schen Gesetze, und inwiefern sind sie anwendbar?
- Wozu dient die Korrektur nach Cunningham und wie wird sie ermittelt?

1.2 Theorie

1.2.1 Ideales Öltröpfchen im elektrischen Feld

MILLIKANS Versuch besteht in der Beobachtung von elektrisch geladenen Öltröpfchen zwischen zwei horizontalen Kondensatorplatten. Das homogene elektrische Feld \vec{E} zwischen den Platten kann durch Anlegen einer Spannung U variiert werden. Abbildung 1.1 zeigt in vereinfachter Form die Versuchsanordnung exemplarisch für ein negativ geladenes Teilchen.

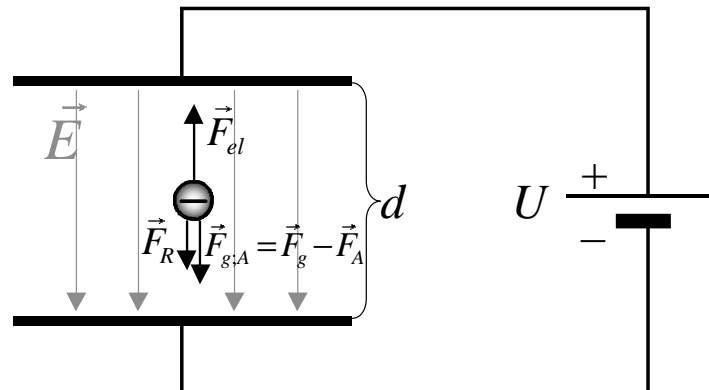


Abbildung 1.1: Auf Tröpfchen wirkende Kräfte

Auf ein elektrisch geladenes Tröpfchen der Masse m , des Volumens V und der Ladung Q wirken im Allgemeinen folgende Kräfte:

1. Die Gewichtskraft $F_g = \rho_{\text{Öl}} \cdot V \cdot g$ wirkt nach unten. Die Auftriebskraft, die das Teilchen in der Luft erfährt, ist dagegen nach oben gerichtet und beträgt $F_A = \rho_{\text{Luft}} \cdot V \cdot g$. Beide Kräfte berücksichtigen wir, indem wir schreiben

$$\vec{F}_{g:A} := \vec{F}_g - \vec{F}_A = (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot V \cdot \vec{g} \quad (1.1)$$

2. Die Polung des Kondensators ist derart, dass die Kraft, die die Öltröpfchen durch das elektrische Feld im Kondensator erfahren, nach oben gerichtet ist. Sie beträgt

$$\vec{F}_{el} = Q \cdot \vec{E} = Q \frac{U}{d} \vec{e}_d \quad (1.2)$$

Dabei ist \vec{E} das elektrische Feld, U die Spannung zwischen den Platten und d ihr Abstand, \vec{e}_d der Einheitsvektor senkrecht zu den Platten.

3. Der Luftwiderstand wirkt der Bewegung des Öltröpfchens entgegen und wächst mit dessen Geschwindigkeit. Wir betrachten das Öltröpfchen als Kügelchen in einer laminaren Strömung. Dann ist der Luftwiderstand gegeben durch die STOKES'sche Reibung:

$$\vec{F}_R = -6\pi r \eta \vec{v} \quad (1.3)$$

Dabei ist r der Radius des Tröpfchens, v seine Geschwindigkeit und η die Viskosität der Luft. Da der Radius der beobachteten Tröpfchen in der gleichen Größenordnung liegt wie die mittlere freie Weglänge der Luftmoleküle, gilt das STOKES'sche Gesetz nur näherungsweise. Bei der Fehlerbetrachtung der experimentellen Ergebnisse müssen wir dies berücksichtigen.

Während der Durchführung des Versuchs beobachten wir Öltröpfchen in drei verschiedenen stationären Zuständen:

1. **Freies Sinken in der Luft.** Die Kondensatorspannung ist ausgeschaltet. Die Gewichtskraft beschleunigt das Tröpfchen so lange, bis sie durch die Reibung kompensiert wird und das Tröpfchen mit der konstanten Geschwindigkeit v_1 sinkt:

$$\begin{aligned} F_{g;A} &= F_R \\ (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot V \cdot g &= 6\pi r \eta v_1 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Im Experiment messen wir v_1 und bestimmen damit den Radius des Tröpfchens r .

2. **Aufsteigen unter dem Einfluss einer elektrischen Spannung.** Wieder stellt sich, aufgrund der Abhängigkeit der Reibung von der Geschwindigkeit, ein stationärer Zustand ein und das Tröpfchen bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v_2 nach oben:

$$\begin{aligned} F_{g;A} + F_R &= F_{el} \\ (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot V \cdot g + 6\pi r \eta v_2 &= Q \frac{U}{d} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Im Experiment messen wir v_2 und bestimmen damit unter Benutzung von r aus Gleichung (1.4) die Ladung Q des Tröpfchens.

3. **Schwebezustand.** Wenn die Spannung gerade so gross gewählt wird, dass sie die Gewichtskraft aufhebt, gilt:

$$\begin{aligned} F_{g;A} &= F_{el} \\ (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot V \cdot g &= Q \frac{U_3}{d} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Im Experiment messen wir U_3 und können auch hieraus unter Benutzung von r aus (1.4) die Ladung Q des Tröpfchens bestimmen.

1.2.2 Korrektur des endlichen Radius

Systematische Untersuchungen zeigen, dass der experimentell gemessene Wert für die Elementarladung e etwas zu gross ausfällt. Der Unterschied wird umso grösser, je kleiner der Radius der beobachteten Öltröpfchen ist. Diese Erscheinung ist darauf zurückzuführen, dass das der Auswertung zugrundeliegende STOKES'sche Gesetz für die Grösse der hier vorkommenden Tröpfchen nicht mehr exakt gilt. (Der Tröpfchenradius liegt etwa zwischen 10^{-3} mm und 10^{-4} mm und damit in der Grössenordnung der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle.)

Zur Korrektur kann eine bereits von MILLIKAN angewandte Rechnung herangezogen werden.

Wird die korrigierte Ladung mit Q_k und der Luftdruck mit p bezeichnet (gemessen in mbar), so gilt folgende Gleichung, auf deren Herleitung wir hier verzichten:

$$Q_k = \frac{Q}{\left(1 + \frac{b}{r \cdot p}\right)^{3/2}} \quad (1.7)$$

$$\Leftrightarrow Q^{2/3} = Q_k^{2/3} \cdot \left(1 + \frac{b}{r \cdot p}\right) \quad (1.8)$$

b ist eine graphisch bestimmbare Konstante. Dabei gilt es zu beachten, dass die Anzahl der Elementarladungen auf dem Tröpfchen einen viel grösseren Einfluss auf die gemessene Ladung hat, als der gesuchte Korrekturfaktor. Nach geeigneter Auswahl der Messwerte ist Gleichung (1.8) die Gleichung einer Geraden der Form

$$y = y_0 \cdot (1 + bx)$$

Somit wird b eine graphisch bestimmbare Konstante. Zur Bestimmung gehen wir folgendermassen vor: Zunächst stellen wir $y = Q^{2/3}$ als Funktion von $x = \frac{1}{r \cdot p}$ graphisch dar; Es ergibt sich eine Gerade, die an der Stelle $y_0 = Q_k^{2/3}$ die Ordinate schneidet. Die Steigung $\frac{dy}{dx}$ der Geraden dividieren wir nun durch $y_0 = Q_k^{2/3}$; Das Ergebnis ist die Konstante b . (Ein guter Wert für diese Konstante ist: $b \approx 6,33 \cdot 10^{-5} \text{mbar} \cdot \text{m}$) Ist b bestimmt, so ergibt sich $Q_k^{2/3}$ durch einfaches Einsetzen in Gleichung (1.7).

1.3 Experiment

1.3.1 Versuchszubehör

Komponente	Anzahl
Millikan-Gerät	1
Millikan-Betriebsgerät	1
Experimentierkabel 50cm, rot	1
Kabel 50cm, rot und blau	3
Kabel 50cm, schwarz	1

1.3.2 Versuchsaufbau und Justage

- Schliesse den Kondensator und die Lampe gemäss 1.2 an dem Millikan-Betriebsgerät an. (Achte dabei auf die Polung des Plattenkondensators).
- Da wir uns in diesem Versuch auf die Messmethode I beschränken, wird nur eine Stoppuhr benötigt. Schliesse diese am entsprechenden Ausgang des Betriebsgerätes an.

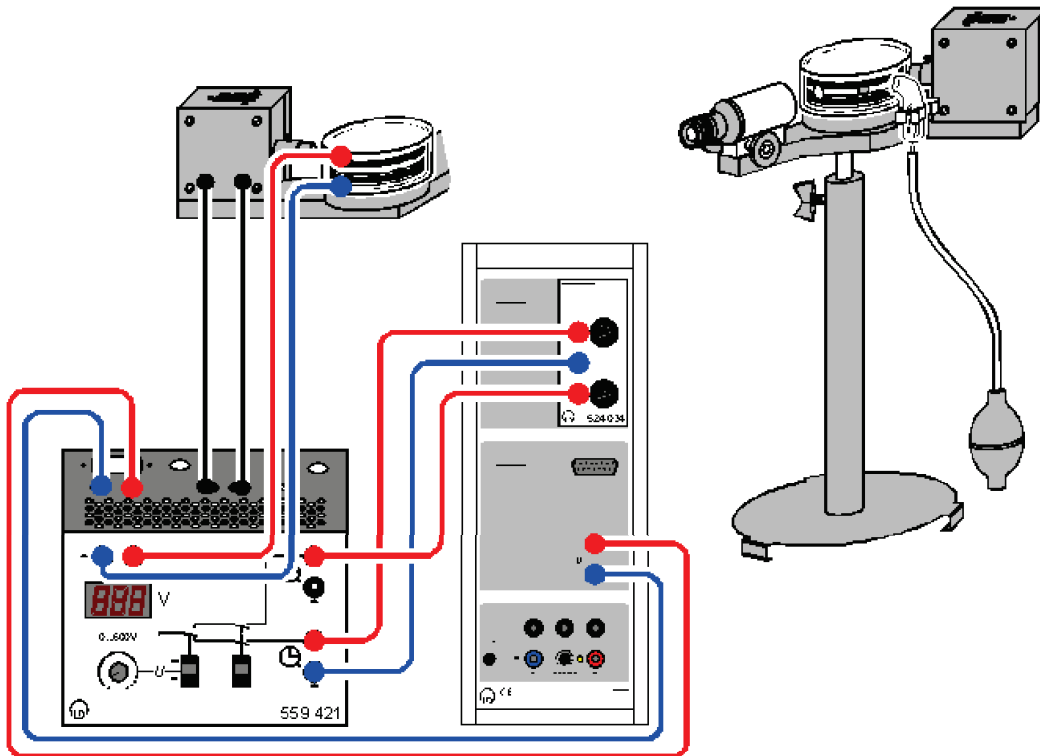


Abbildung 1.2: Schematischer Aufbau (links) und Millikan-Gerät (rechts).

- Überprüfe, ob das Setup das gewünschte Verhalten zeigt.
- Mache Dich mit dem Objektiv vertraut.
- Öltröpfchen werden durch einmaliges (beachte den Ölstand in der Kapillare) feines Drücken des Gummiballs in die Kammer gestäubt.
- Nach dem Einstäuben der Öltröpfchen einige Sekunden warten, bis sich die Luftturbulenzen gelegt haben.
- Stelle eine gewünschte Spannung im Bereich 400-600V ein.
- Fahre das Objektiv möglichst nahe an die Kondensatorkammer heran, ohne diese zu berühren und stelle es durch radiales Drehen am Sehstück scharf ein.
- Geeignet zur Messung sind Tröpfchen, die höchstens etwa 5 (Warum?) Elementarladungen tragen. Das sind im elektrischen Feld die langsamsten Teilchen.
- Überprüfe die Qualität des zu messenden Tröpfchens durch kurzzeitiges Aus- und Einschalten der Spannung. Vergiss nicht, anschliessend wieder die Stoppuhr auf Null zu setzen.
- Nach dem Versuch muss der Ölzerstäuber wieder abgedeckt werden, um zu verhindern, dass mit der Zeit zu viel Staub ins Öl gelangt.

1.3.3 Technische Daten

- Abstand der Kondensatorplatten: $d = 6 \text{ mm}$

- Viskosität der Luft (20 °C, 760 Torr): $\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$

- Dichte des Öls: $\rho_{\text{Öl}} = 875,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

- Dichte der Luft: $\rho_{\text{Luft}} (0^\circ\text{C}, 760 \text{ Torr}) = 1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Beachte: Die Dichte der Luft ist abhängig von Druck und Temperatur. Trotzdem muss hier $\rho_{\text{Luft}} (0^\circ\text{C}, 760 \text{ Torr})$ nicht auf Zimmertemperatur umgerechnet werden, da im Rahmen der Messgenauigkeit gilt: $\rho_{\text{Öl}} \gg \rho_{\text{Luft}}$.

- Skaleneinheit des Okulars: 0,1 mm

- Objektivvergrößerung: 1,875 fach

Beachte: Damit entspricht ein Skalenteil einer tatsächlichen Strecke von $0,1 \text{ mm} / 1,875 = 0,053 \text{ mm}$. (Hebe zur Kontrolle die Beobachtungsschachtel ab und halte einen Massstab hinter das Mikroskop. Das Bild erscheint invertiert!)

Messungen

Für die Bestimmung der Elementarladung mit Hilfe ionisierter Öltröpfchen in einem Kondensator gibt es gemäss unseren theoretischen Ergebnissen zwei verschiedene Möglichkeiten:

1. Messmethode I

- Bestimmung der Spannung U_3 , bei der das Tröpfchen gerade schwebt
- Bestimmung der Sinkgeschwindigkeit v_1 im feldfreien Raum
- Bestimmung der Ladung des Öltröpfchens aus den Gleichungen (1.4) und (1.6)

2. Messmethode II

- Bestimmung der Sinkgeschwindigkeit v_1 im feldfreien Raum
- Bestimmung der Steiggeschwindigkeit v_2 im elektrischen Feld
- Bestimmung der Ladung des Öltröpfchens aus den Gleichungen (1.4) und (1.5)

Erstelle für die Messmethode I eine Messreihe für eine ausreichend grosse Tröpfchenzahl ($n \geq 50$).

1.3.4 Aufgaben zur Auswertung

- Stelle die Ergebnisse für die Tröpfchenladung Q zunächst in der Form eines Histogramms dar.
- Bestimme graphisch den Korrekturfaktor nach Cunningham.
- Erstelle ein weiteres Histogramm der Verteilung der korrigierten Ladungen
- Bestimme die Elementarladung e , indem Du einen Fit nach (maximal fünf) überlagerten Gaussfunktionen ausführst.
- Diskutiere das Ergebnis für e bezüglich der Messunsicherheit und vergleiche mit einem Tabellenwert.

1.4 Literatur

- D. Meschede, "*Gerthsen Physik*", Springer Verlag