

IU4

Modul Universalkonstanten

Elementarladung

Im vorliegenden Versuch soll die elektrische Ladung einzelner Elektronen gemessen werden. Das Experiment hat grosse historische Bedeutung; es zählt zu den fundamentalen Versuchen der Atomphysik. R.A. MILLIKAN hat 1911 mit dieser Anordnung nachgewiesen, dass die elektrische Ladung quantisiert ist, d.h. in Vielfachen einer sog. Elementarladung auftritt.

Versuch IU4 - Elementarladung

Im vorliegenden Versuch soll die elektrische Ladung einzelner Elektronen gemessen werden. Das Experiment hat grosse historische Bedeutung; es zählt zu den fundamentalen Versuchen der Atomphysik. R.A. MILLIKAN hat 1911 mit dieser Anordnung nachgewiesen, dass die elektrische Ladung quantisiert ist, d.h. in Vielfachen einer sog. Elementarladung auftritt.

1.1 Fragen zur Vorbereitung

- Woher erhalten die Öltröpfchen, die im elektrischen Feld beschleunigt/abgebremst werden, ihre Ladung?
- Im Experiment werden zwei verschiedene Messmethoden beschrieben. Welche davon ist erwartungsgemäss mit der grösseren statistischen Messunsicherheit behaftet und warum?
- Im Experiment gilt es, für eine Messmethode die Öltröpfchen in Schwebung zu versetzen. Welche Kräfte sind hier zu berücksichtigen, d.h. welche Kraft zieht die Tröpfchen nach oben, welche nach unten.
- Bei ausgeschalteter Spannung am Kondensator fallen die Tröpfchen in der Apparatur nach oben! Warum?
- Was besagen die Stokes'schen Gesetze, und inwiefern sind sie anwendbar?
- Wozu dient die Korrektur nach Cunningham und wie wird sie ermittelt?

1.2 Theorie

1.2.1 Ideales Öltröpfchen im elektrischen Feld

MILLIKANS Versuch besteht in der Beobachtung von elektrisch geladenen Öltröpfchen zwischen zwei horizontalen Kondensatorplatten. Das homogene elektrische Feld \vec{E} zwischen den Platten kann durch Anlegen einer Spannung U variiert werden. Abbildung 1.1 zeigt in vereinfachter Form die Versuchsanordnung exemplarisch für ein negativ geladenes Teilchen.

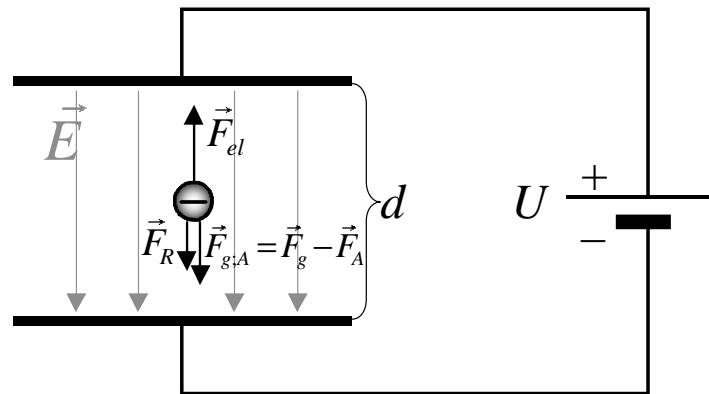


Abbildung 1.1: Die auf die Öltröpfchen wirkenden Kräfte sind die Gewichtskraft \vec{F}_g , die Auftriebskraft \vec{F}_A und die Reibkraft \vec{F}_R . Bei zuschalten eines elektrischen Feldes \vec{E} durch anlegen einer Spannung U wirkt zusätzlich die Coulombkraft \vec{F}_{el} .

Auf ein elektrisch geladenes Tröpfchen der Masse m , des Volumens V und der Ladung Q wirken im Allgemeinen folgende Kräfte:

1. Die Gewichtskraft $F_g = \rho_{\text{Öl}} \cdot V \cdot g$ wirkt nach unten. Die Auftriebskraft, die das Teilchen in der Luft erfährt, ist dagegen nach oben gerichtet und beträgt $F_A = \rho_{\text{Luft}} \cdot V \cdot g$. Beide Kräfte berücksichtigen wir, indem wir schreiben

$$\vec{F}_{g;A} := \vec{F}_g - \vec{F}_A = (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot V \cdot \vec{g} \quad (1.1)$$

2. Die Polung des Kondensators ist derart, dass die Kraft, die die Öltröpfchen durch das elektrische Feld im Kondensator erfahren, nach oben gerichtet ist. Sie beträgt

$$\vec{F}_{el} = Q \cdot \vec{E} = Q \frac{U}{d} \vec{e}_d \quad (1.2)$$

Dabei ist \vec{E} das elektrische Feld, U die Spannung zwischen den Platten und d ihr Abstand, \vec{e}_d der Einheitsvektor senkrecht zu den Platten.

3. Der Luftwiderstand wirkt der Bewegung des Öltröpfchens entgegen und wächst mit dessen Geschwindigkeit. Wir betrachten das Öltröpfchen als Kügelchen in einer laminaren Strömung. Dann ist der Luftwiderstand gegeben durch die STOKES'sche Reibung:

$$\vec{F}_R = -6\pi r \eta \vec{v} \quad (1.3)$$

Dabei ist r der Radius des Tröpfchens, v seine Geschwindigkeit und η die Viskosität der Luft. Da der Radius der beobachteten Tröpfchen in der gleichen Größenordnung liegt wie die mittlere freie Weglänge der Luftmoleküle, gilt das STOKES'sche Gesetz nur näherungsweise. Bei der Fehlerbetrachtung der experimentellen Ergebnisse müssen wir dies berücksichtigen.

Während der Durchführung des Versuchs beobachten wir Öltröpfchen in drei verschiedenen stationären Zuständen:

1. **Freies Sinken in der Luft.** Die Kondensatorspannung ist ausgeschaltet. Die Gewichtskraft beschleunigt das Tröpfchen so lange, bis sie durch die Reibung kompensiert wird und das Tröpfchen mit der konstanten Geschwindigkeit v_1 sinkt:

$$\begin{aligned} F_{g;A} &= F_R \\ (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot V \cdot g &= 6\pi r \eta v_1 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Im Experiment messen wir v_1 und bestimmen damit den Radius des Tröpfchens r .

2. **Aufsteigen unter dem Einfluss einer elektrischen Spannung.** Wieder stellt sich, aufgrund der Abhängigkeit der Reibung von der Geschwindigkeit, ein stationärer Zustand ein und das Tröpfchen bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v_2 nach oben:

$$\begin{aligned} F_{g;A} + F_R &= F_{el} \\ (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot V \cdot g + 6\pi r \eta v_2 &= Q \frac{U}{d} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Im Experiment messen wir v_2 und bestimmen damit unter Benutzung von r aus Gleichung (1.4) die Ladung Q des Tröpfchens.

3. **Schwebezustand.** Wenn die Spannung gerade so gross gewählt wird, dass sie die Gewichtskraft aufhebt, gilt:

$$\begin{aligned} F_{g;A} &= F_{el} \\ (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot V \cdot g &= Q \frac{U_3}{d} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Im Experiment messen wir U_3 und können auch hieraus unter Benutzung von r aus (1.4) die Ladung Q des Tröpfchens bestimmen.

1.2.2 Korrektur des endlichen Radius

Systematische Untersuchungen zeigen, dass der experimentell gemessene Wert für die Elementarladung e etwas zu gross ausfällt. Der Unterschied wird umso grösser, je kleiner der Radius der beobachteten Öltröpfchen ist. Diese Erscheinung ist darauf zurückzuführen, dass das der Auswertung zugrundeliegende STOKES'sche Gesetz für die Grösse der hier vorkommenden Tröpfchen nicht mehr exakt gilt. (Der Tröpfchenradius liegt etwa zwischen 10^{-3} mm und 10^{-4} mm und damit in der Grössenordnung der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle.)

Zur Korrektur kann eine bereits von MILLIKAN angewandte Rechnung herangezogen werden.

Wird die korrigierte Ladung mit Q_k und der Luftdruck mit p bezeichnet (gemessen in mbar), so gilt folgende Gleichung, auf deren Herleitung wir hier verzichten:

$$Q_k = \frac{Q}{\left(1 + \frac{b}{r \cdot p}\right)^{3/2}} \quad (1.7)$$

$$\Leftrightarrow Q^{2/3} = Q_k^{2/3} \cdot \left(1 + \frac{b}{r \cdot p}\right) \quad (1.8)$$

b ist eine graphisch bestimmbare Konstante. Dabei gilt es zu beachten, dass die Anzahl der Elementarladungen auf dem Tröpfchen einen viel grösseren Einfluss auf die gemessene Ladung hat, als der gesuchte Korrekturfaktor. Nach geeigneter Auswahl der Messwerte ist Gleichung (1.8) die Gleichung einer Geraden der Form

$$y = y_0 \cdot (1 + bx)$$

Somit wird b eine graphisch bestimmbare Konstante. Zur Bestimmung gehen wir folgendermassen vor: Zunächst stellen wir $y = Q^{2/3}$ als Funktion von $x = \frac{1}{r \cdot p}$ graphisch dar; Es ergibt sich eine Gerade, die an der Stelle $y_0 = Q_k^{2/3}$ die Ordinate schneidet. Die Steigung $\frac{dy}{dx}$ der Geraden dividieren wir nun durch $y_0 = Q_k^{2/3}$; Das Ergebnis ist die Konstante b . (Ein guter Wert für diese Konstante ist: $b \approx 6,33 \cdot 10^{-5} \text{ mbar} \cdot \text{m}$) Ist b bestimmt, so ergibt sich $Q_k^{2/3}$ durch einfaches Einsetzen in Gleichung (1.7).

1.3 Experiment

1.3.1 Versuchszubehör

Komponente	Anzahl
Millikan-Gerät	1
Millikan-Betriebsgerät	1
Experimentierkabel 50cm, rot	1
Kabel 50cm, rot und blau	3
Kabel 50cm, schwarz	1
Kamera	1
Computer	1

1.3.2 Versuchsaufbau und Justage

- Schliesse den Kondensator und die Lampe gemäss 1.2 an dem Millikan-Betriebsgerät an. (Achte dabei auf die Polung des Plattenkondensators).

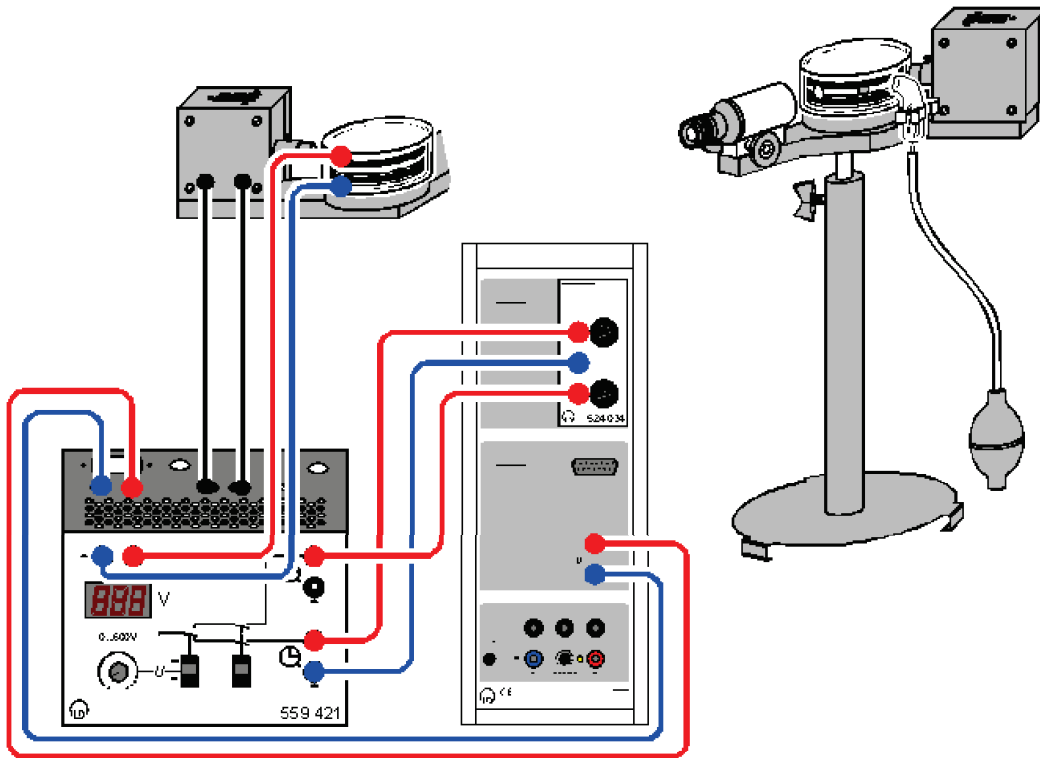


Abbildung 1.2: Links ist der Versuch schematisch dargestellt: Oben befindet sich die Tröpfchenkammer mit der Lampe, darunter die Spannungsquelle und rechts daneben die elektronische Stoppuhr. Ganz rechts ist das verwendete Millikan-Gerät abgebildet.

- Da wir uns in diesem Versuch auf die Messmethode I beschränken, wird nur eine Stoppuhr benötigt. Schliesse diese am entsprechenden Ausgang des Betriebsgerätes an.
- Mache dich mit dem Computer Programm Touview vertraut (siehe Kapitel 1.3.3).
- Öltröpfchen können in die Kammer gesprüht werden, indem der orange Gummiball zusammengedrückt wird. Beachte dabei den Füllstand des Öls in der Kapillare.
- überprüfe, ob der Versuchsaufbau das gewünschte Verhalten zeigt. überlege dir dann, welche Richtung auf dem Live-Bild des Computerprogramms in der Realität welcher Richtung entspricht. *Tipp:* In welche Richtung bewegen sich die Öltröpfchen in Abwesenheit eines elektrischen Feldes im Versuchsaufbau?
- Warte jeweils einige Sekunden nach dem Sprühen, bevor du die Beobachtung beginnst, damit sich allfällige Luftturbulenzen gelegt haben.
- Stelle eine gewünschte Spannung im Bereich zwischen 400V und 600V ein.
- Mache Dich mit dem Objektiv des Mikroskops vertraut. Justiere dieses, bis du ein scharfes Bild vieler Öltröpfchen siehst.
 ⚠ ändere NIEMALS die Distanz zwischen der Linse und der Kamera. Die Einstellung bitte nicht gewaltsam vornehmen und keine Schraubenzieher dafür verwenden ⚠
- Die Öltröpfchen, welche für dieses Experiment in Frage kommen, tragen höchstens fünf Elementarladungen (warum?). Du erkennst diese Öltröpfchen daran, dass sie sich im elektrischen Feld am langsamsten bewegen.

- überprüfe die Qualität der zu messenden öltröpfchen, indem du die Spannung kurz aus und wieder einschaltest. Vergiss nicht, die Stoppuhr auf null zu stellen, nachdem du die Spannung wieder eingeschaltet hast.
- Nach dem Versuch muss der Ölzerstäuber wieder abgedeckt werden, um zu verhindern, dass mit der Zeit zu viel Staub ins Öl gelangt.

1.3.3 Kurzanleitung zum Programm Toupview

Diese Software wird genutzt als Schnittstelle zur Darstellung der öltröpfchen während dem Experiment.

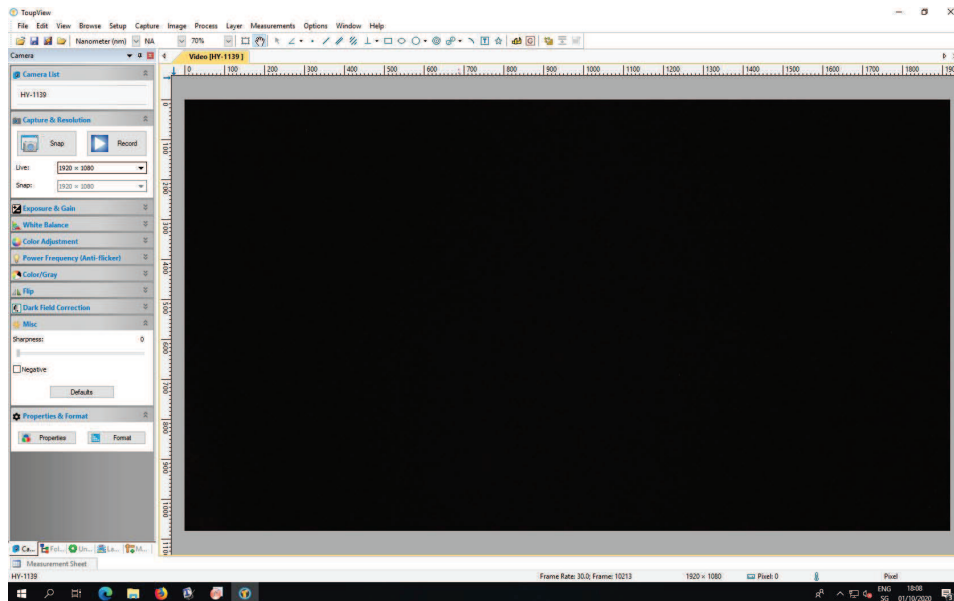


Abbildung 1.3: Benutzeroberfläche des Programms *Toupview*. Oben links kann die Mikroskop-Kamera ausgewählt werden durch Klicken auf *HY-1139*. Um ein Gitter über das Bild zu legen klickt man oben auf *View* und wählt unter *Grids* das *Auto Grid*.

Nachdem das Programm gestartet wurde, kannst du die Mikroskop-Kamera durch klicken auf die Bezeichnung *HY-1139* oben links in der Kameraliste starten (siehe Abbildung 1.3). Das Kamerabild wird angezeigt.

Als nächstes solltest du ein Gitter über das Kamerabild legen. Dies kannst du oben unter *View* im Menü *Grids* auswählen. Es wird *Auto Grids* empfohlen: Dadurch wird das Anzeigebild der Kamera in Kästchen gleicher Größe eingeteilt. Beachte bitte, dass die Maßstäbe oben und links des Fensters in Pixel angegeben sind. Du kannst die Distanzen in die Einheit Millimeter umrechnen, indem du das Transformationsverhältnis aus Kapitel 1.3.4 verwendest. In Abbildung 1.4 beispielsweise beträgt die Auflösung des Bildes $1920 \times 1080 \text{ Pixel}^2$, unterteilt in ein Gitter von $100 \times 100 \text{ Pixel}^2$.

1.3.4 Technische Daten

- Abstand der Kondensatorplatten: $d = 6 \text{ mm}$
- Viskosität der Luft ($20 \text{ }^\circ\text{C}$, 760 Torr): $\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$

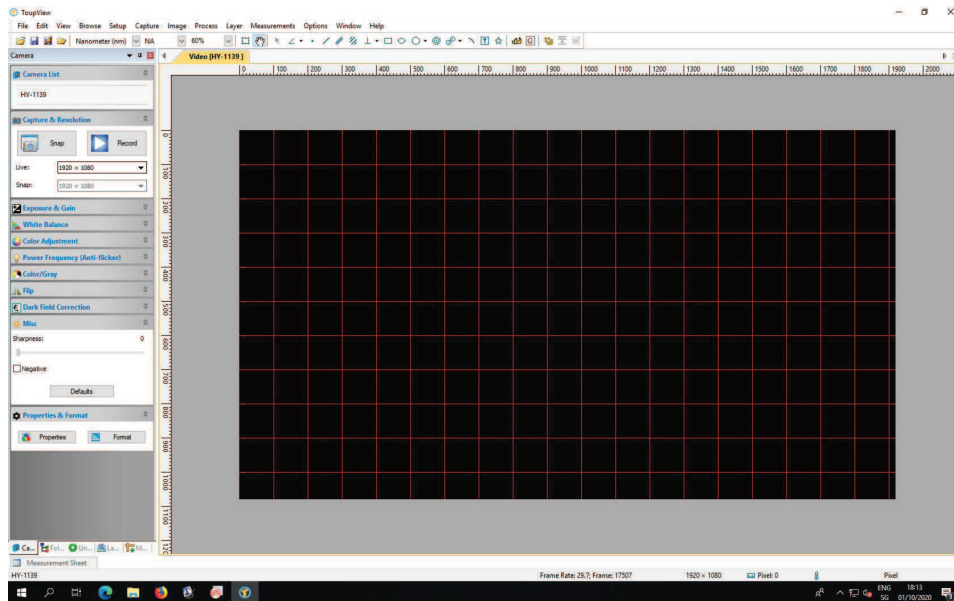


Abbildung 1.4: Die Benutzeroberfläche des Programms *Touptview*, nachdem das gewünschte Gitter eingeblendet wurde. Ein Gitterkästchen hat in diesem Beispiel hier eine Grösse von $100 \times 100 \text{ Pixel}^2$.

- Dichte des Öls: $\rho_{\text{Öl}} = 875,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- Dichte der Luft: $\rho_{\text{Luft}} (0^\circ\text{C}, 760 \text{ Torr}) = 1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Beachte:

Die Dichte der Luft ist abhängig von Druck und Temperatur. Trotzdem muss hier $\rho_{\text{Luft}} (0^\circ\text{C}, 760 \text{ Torr})$ nicht auf Zimmertemperatur umgerechnet werden, da im Rahmen der Messgenauigkeit gilt: $\rho_{\text{Öl}} \gg \rho_{\text{Luft}}$.

- Jeder Versuchsaufbau wurde vorgängig bereits kalibriert und ein Umrechnungsfaktor r zwischen Pixel und wirklicher Distanz ist wie folgt gegeben:

Versuchsaufbau 1: $r_1 = 711,00 \text{ Pixel/mm}$

Versuchsaufbau 2: $r_2 = 422,56 \text{ Pixel/mm}$

Messungen

Für die Bestimmung der Elementarladung mit Hilfe ionisierter Öltröpfchen in einem Kondensator gibt es gemäss unseren theoretischen Ergebnissen zwei verschiedene Möglichkeiten:

1. Messmethode I

- Bestimmung der Spannung U_3 , bei der das Tröpfchen gerade schwebt
- Bestimmung der Sinkgeschwindigkeit v_1 im feldfreien Raum
- Bestimmung der Ladung des Öltröpfchens aus den Gleichungen (1.4) und (1.6)

2. Messmethode II

- Bestimmung der Sinkgeschwindigkeit v_1 im feldfreien Raum
- Bestimmung der Steiggeschwindigkeit v_2 im elektrischen Feld
- Bestimmung der Ladung des Öltröpfchens aus den Gleichungen (1.4) und (1.5)

Erstelle für die Messmethode I eine Messreihe für eine ausreichend grosse Tröpfchenzahl ($n \geq 50$).

1.3.5 Aufgaben zur Auswertung

Gehe für die Auswertung wie folgt vor:

- Stelle die Ergebnisse für die Tröpfchenladung Q zunächst in der Form eines Histogramms dar.
- Bestimme graphisch den Korrekturfaktor nach Cunningham. Sollte der Korrekturfaktor negativ sein, nimm den in der Versuchsanleitung beschriebenen Korrekturwert für deine Auswertung.
- Erstelle ein weiteres Histogramm der Verteilung der korrigierten Ladungen.
- Bestimme die Elementarladung e , indem Du für jeden Peak einen Gaussfit machst. Damit kannst du die Quantisierung der Ladung zeigen.
- Diskutiere das Ergebnis für e bezüglich der Messunsicherheit und vergleiche mit dem Literaturwert.
 \triangle Vergiss nicht, eine vollständige Fehlerabschätzung zu machen. \triangle

1.4 Literatur

- D. Meschede, "Gerthsen Physik", Springer Verlag