



IO4

Modul Optik

Polarisation und Saccharimetrie

In diesem Experiment soll das Phänomen des polarisierten Lichts demonstriert werden. Dazu wird untersucht, wie sogenannte optisch aktive Substanzen - in diesem Experiment Zuckerlösungen - die Polarisations-ebene von Licht drehen.

Versuch IO4 - Polarisation und Saccharimetrie

In diesem Experiment soll das Phänomen des polarisierten Lichts demonstriert werden. Dazu wird untersucht, wie sogenannte optisch aktive Substanzen - in diesem Experiment Zuckerlösungen - die Polarisationsebene von Licht drehen.

1.1 Fragen zur Vorbereitung

- Wie lautet die allgemeine, mathematische Darstellung von Lichtwellen in der Physik? Benenne alle auftretenden Grössen.
- Was versteht man unter polarisiertem Licht und welche Arten von polarisiertem Licht unterscheidet man?
- Wie können die jeweiligen Arten von polarisiertem Licht erzeugt werden?
- Licht ist elektromagnetische Strahlung. Wie schwingen elektrisches Feld und magnetisches Feld bzw. in welcher Beziehung zueinander stehen E- und B-Feld? Wie ändert sich dies im Falle der Polarisation?
- Hat die Polarisation von Licht Einfluss auf die Energie bzw. den Impuls, welche(r) vom Licht übertragen werden kann?
- Was versteht man unter den Begriffen transversale Welle und longitudinale Welle? Gib jeweils drei Beispiele an! Können beide Arten von Wellen polarisiert werden?

1.2 Theorie

1.2.1 Mathematische Beschreibung der elektromagnetischen Strahlung

Licht ist elektromagnetische Strahlung. Bei elektromagnetischer Strahlung handelt es sich prinzipiell immer um TRANSVERSALE WELLEN, d.h. die Schwingung erfolgt senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Das Gegenstück zu transversalen Wellen sind die so genannten LONGITUDINALEN WELLEN, bei welchen die Schwingung in Ausbreitungsrichtung erfolgt¹.

Elektromagnetische Strahlung lässt sich beschreiben mit Hilfe des Vektors \vec{E} , welcher das elektrische Feld repräsentiert, sowie des Vektors \vec{B} , welcher die magnetische Flussdichte (oft einfach magnetisches Feld genannt, obwohl dies nicht exakt richtig ist) angibt. Beide Vektoren \vec{E} und \vec{B} stehen immer senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung der elektromagnetischen Strahlung. Ausserdem stehen beide Vektoren senkrecht aufeinander.

Mathematisch lassen sich die Lichtwellen wie folgt beschreiben:

$$\psi(\vec{r}, t, \omega) = A \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \Phi)} \quad (1.1)$$

Es handelt sich hierbei um die allgemeine Form einer EBENEN WELLE, welche die Lösungen der HOMOGENEN WELLENGLEICHUNG darstellt. Bei dieser Gleichung handelt es sich um eine homogene, lineare Differentialgleichung 1. Ordnung. Aus der Mathematik ist bekannt, dass beliebige Linearkombinationen von Lösungen einer linearen Gleichung, wiederum eine Lösung derselben Gleichung darstellen. Folglich sind Linearkombinationen von ebenen Wellen immer noch eine gültige Lösung dieser Gleichung. Aus dieser mathematischen Eigenschaft resultiert das SUPERPOSITIONSPRINZIP für Wellen.

Im Folgenden wollen wir uns auf den Realteil von \vec{E} und \vec{B} beschränken, ausserdem wollen wir annehmen, dass elektrisches und magnetisches Feld lediglich eine x- und eine y-Komponente haben und die Ausbreitung in z-Richtung erfolgt. Da sich \vec{B} analog zu \vec{E} verhält,

¹Das Paradebeispiel schlechthin wären Schallwellen, bei welchen die Moleküle der Luft hin und her schwingen.

genügt es \vec{E} zu betrachten. Es gilt also:

$$\vec{E}_x(z, t) = E_{0,x} \cdot \cos(k_z z - \omega t) \cdot \hat{e}_x \quad (1.2)$$

$$\vec{E}_y(z, t) = E_{0,y} \cdot \cos(k_z z - \omega t + \Phi) \cdot \hat{e}_y \quad (1.3)$$

$$|\vec{E}_0| = \frac{1}{c} \cdot |\vec{B}_0| \quad (1.4)$$

Hier bei bezeichnet $\vec{E}_{0,i}$ die jeweilige Komponente der Amplitude \vec{E}_0 , ω die Kreisfrequenz, k_z die z-Komponente des Wellenvektors \vec{k} und Φ die Phase der ebenen Welle. Kreisfrequenz und Wellenvektor stehen wie folgt im Bezug zueinander:

$$\frac{\omega}{c} = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.5)$$

Hierbei bezeichnet c die LICHTGESCHWINDIGKEIT und λ die WELLENLÄNGE des Lichts. Der in Gleichung 1.4 wiedergegebene Zusammenhang zwischen der Amplitude des elektrischen und des magnetischen Feldes ist allgemein gültig.

1.2.2 Polarisierte elektromagnetische Strahlung

Nachdem im vorherigen Abschnitt die Grundlagen der mathematischen Beschreibung der elektromagnetischen Strahlung gelegt wurden, kann nun das Phänomen der Polarisation behandelt werden. Dazu ist zu beachten, dass die Gleichungen 1.2 und 1.3 zwei Komponenten eines Vektors darstellen und somit zu einem resultierende Vektor addiert werden können. Nehmen wir nun an, beide Komponenten des elektrischen Feldes schwingen in Phase, d.h.

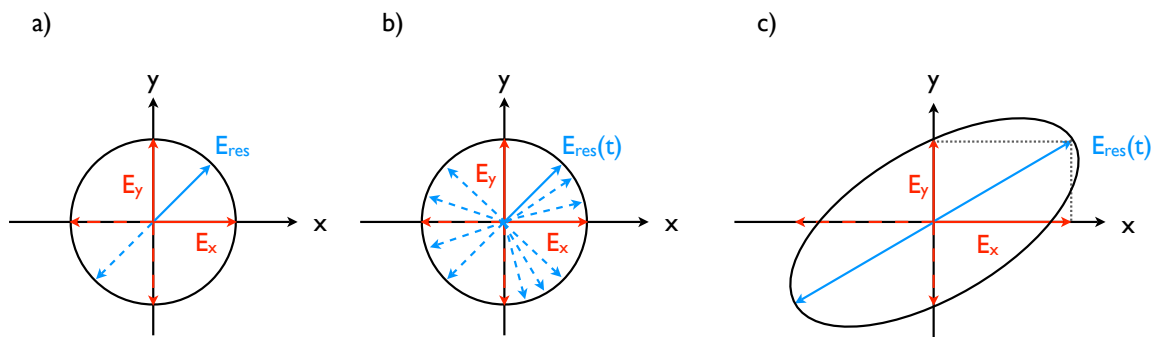


Abbildung 1.1: Dies Abbildung zeigt schematische den Fall der a) linearen Polarisation, b) zirkularen Polarisation und c) elliptischen Polarisation, wie sie im Text ausführlich besprochen werden.

$\Phi = 0$ bzw. $\Phi = 2\pi n$, $n \in \mathbb{N}$. Führen wir nun die entsprechende Vektoraddition durch, so finden wir

$$\vec{E} = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t) = (E_{0,x} \cdot \hat{e}_x + E_{0,y} \cdot \hat{e}_y) \cdot \cos(k_z z - \omega t) \quad (1.6)$$

als Endresultat. Dies ist Gegenstand der Abbildung 1.1 a). In rot sind die beiden ursprünglichen Komponenten des elektrischen Feldes zu sehen, während das resultierende Feld in blau dargestellt ist. Die Amplitude $(E_{0,x} \cdot \hat{e}_x + E_{0,y} \cdot \hat{e}_y)$ ist fix und zeigt immer in $\hat{e}_x + \hat{e}_y$ Richtung.

Diese Amplitude wird nun lediglich mit dem Kosinus moduliert, d.h. heisst das resultierende elektrische Feld schwingt zwischen den Maxima $\pm (E_{0,x} \cdot \hat{e}_x + \hat{E}_{0,y} \cdot \hat{e}_y)$ hin und her. Im zeitlichen Verlauf treten alle Zwischenwerte zwischen diesen beiden Maxima auf, jedoch ist die Richtung immer die gleiche (in diesem Beispiel $\hat{e}_x + \hat{e}_y$). In diesem Fall spricht man von LINEAR POLARISIERTEM LICHT.

Nehmen wir nun an, die beiden Komponenten des elektrischen Feldes würden doch eine Phasenverschiebung von z.B. $\pm\pi$ aufweisen. Durch diese Phasenverschiebung wird der \vec{E}_y Vektor um 180° gedreht, zeigt also in Abb. 1.1 nun nach unten. Somit zeigt nach der Vektoraddition von \vec{E}_x und \vec{E}_y das resultierende Feld in die entgegengesetzte Richtung. Das Resultat ist also vollkommen analog zu dem soeben besprochenen Beispiel, die Polarisationsebene wurde jedoch um 90° gedreht. Durch ähnliche Überlegungen wird man feststellen, dass jede beliebige Polarisationsrichtung erzeugt werden kann.

Als nächstes betrachten wir den Fall in welchem beide Komponenten die gleiche Amplitude haben, d.h. $E_{0,x} = E_{0,y} = E_0$, jedoch eine Phasenverschiebung von exakt $\Phi = \pm\pi/2 \pm 2\pi n$, $n \in \mathbb{N}$. In diesem Spezialfall lässt sich Gleichung 1.6 schreiben als:

$$\vec{E}(z, t) = E_0 [\cos(k_z z - \omega t) \cdot \hat{e}_x + \sin(k_z z - \omega t) \cdot \hat{e}_y] \quad (1.7)$$

Diese Situation ist auch in Abb. 1.1 b) dargestellt. Es ergibt sich nun also eine skalare Amplitude E_0 , deren Richtung jedoch nicht mehr konstant ist. Vielmehr dreht sich die Polarisationsrichtung als Funktion der Zeit auf dem dargestellten Kreis, welcher die Summe aller möglichen resultierenden, elektrischen Felder darstellt. Dieser Umstand ist in der obigen Skizze durch die zusätzlichen, gestrichelten, blauen Pfeile dargestellt. In diesem Spezialfall spricht man von ZIRKULAR POLARISIERTEM LICHT.

Offensichtlich kann man sich zirkular polarisiertes Licht immer als Komposition aus zwei zueinander senkrechten, linear polarisierten Komponenten vorstellen. Dementsprechend kann man also zirkular polarisiertes Licht durch Überlagerung zweier linear polarisierte Komponenten erzeugen, sofern beide die gleiche Amplitude (bzw. Intensität) haben und zu einander eine Phasenverschiebung von genau $\Phi = \pm\pi/2 \pm 2\pi n$, $n \in \mathbb{N}$ aufweisen. Weiterhin muss man unterscheiden zwischen rechtsdrehendem (+) - und linksdrehendem (-) zirkular polarisiertes Licht.

Schliesslich gilt es noch einen dritten Fall zu betrachten. Dieser ist de facto der allgemeinste Fall und somit kann man linear - und zirkular polarisiertes als Spezialfälle dieses allgemeinen Falls ansehen. Im Allgemeinen werden beide Komponenten des elektrischen Feldes sowohl unterschiedliche Amplituden haben, d.h. $E_{0,x} \neq E_{0,y}$, und sie werden eine beliebige Phasenverschiebung Φ zu einander aufweisen. Durch einige algebraische Umformungen kann man zeigen, dass in diesem Fall das resultierende elektrische Feld als Funktion der Zeit eine Ellipse beschreibt, wie sie auch in Abb. 1.1 c) dargestellt ist.

1.2.3 Experimentelle Erzeugung von polarisierter elm. Strahlung

Natürliches Licht, wie es beispielsweise von der Sonne emittiert wird, entsteht, indem angeregte Atome Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung abgeben². Jedes angeregte Atom emittiert für ca. 10^{-8} s polarisiertes Licht. Die enorme Anzahl von angeregten Atomen bedingt jedoch, dass ständig ein Teil der Atome gerade damit beginnt einen polarisierten Wellenzug zu emittieren, während ein anderer Teil bereits zuvor damit begonnen hat oder eben gerade am Ende der Emissionsphase angelangt ist. Daher besteht natürliches Licht aus einer Vielzahl von verschiedenen, zufällig auftretenden Polarisierungen, welche sich als Funktion

²Das auf der Erde ankommende Licht stammt im Fall der Sonne aus der ca. 5000 K heissen untersten Atmosphärenschicht der Sonne, welche Photosphäre genannt wird.

der Zeit vollkommen zufällig ändern. Daher sagt man oft, natürliches Licht sei unpolarisiert. Faktisch ist dies jedoch nicht vollkommen richtig, wie nach obiger Diskussion ersichtlich sein sollte. Jedoch ist es so, dass die Experimente, welche hier durchgeführt werden sollen, eine wohl definierte Polarisation voraussetzen, wie sie im vorherigen Abschnitt besprochen wurde. Natürliches Licht ist aufgrund seiner vollkommen zufälligen und willkürlich fluktuierenden Zusammensetzung verschiedenster Polarisationen jedoch nicht geeignet.

Die einfachste Methode linear polarisiertes Licht zu erzeugen, ist mit Hilfe einer sogenannten Polarisatorfolie. Dabei handelt es sich um ein Gitter aus elektrisch leitendem Material. Trifft elektromagnetische Strahlung auf dieses Gitter und ist die Wellenlänge kleiner als der Abstand der parallelen Gitterstäbe, so wird das Licht senkrecht zu den Gitterstäben polarisiert sein. Der Grund hierfür ist, dass die Komponenten des elektrischen Feldes, welche parallel zu den Gitterstäben verlaufen, dazu führen, dass sich die Elektronen in den Gitterstäben entlang dieser Stäbe bewegen - es entsteht ein Strom. Bei ihrer Bewegung durch das Material werden die Elektronen auf Atome stossen und dadurch Energie verlieren. Somit wird schliesslich Energie vom elektrischen Feld auf das Gittermaterial übertragen. Die Transmission für die Komponenten des elektrischen Feldes senkrecht zu den Gitterstäben geht also gegen Null.

Analysatorfolien, wie sie im Experiment verwendet werden, funktionieren nach demselben Prinzip.

Das so erzeugte linear polarisierte Licht kann nun z.B. dazu verwendet werden, um zirkular polarisierte Licht zu erzeugen, wie es zuvor bereits angesprochen wurde.

Weiterhin entsteht linear polarisiertes Licht bei der REFLEXION von nicht polarisiertem Licht unter dem so genannten BREWSTERWINKEL (vgl. Literaturangaben). Hinzu kommt eine gewissen Anzahl von Mineralien, wie z.B. Calcit, welche ein polarisierende Wirkung haben. Teilweise werden auch solche Kristalle in Polarisatoren/Analysatoren verwendet, wo sie in einem transparenten Gel vorliegen.

Zirkular polarisiertes - oder elliptisch polarisiertes Licht entsteht z.B. bei der so genannten DOPPELBRECHUNG (vgl. Literaturangaben), sofern das einfallende Licht bereits linear polarisiert war.

1.2.4 Optisch aktive Substanzen und Saccharimetrie

In diesem Versuch wird die Polarisation von Licht anhand eines ausserordentlich interessanten Effekts untersucht, die Rede ist von OPTISCHER AKTIVITÄT. Es zeigt sich nämlich, dass manche Substanzen in der Lage sind, die Polarisationsebene des Lichtes zu drehen. Von besonderem Interesse ist dieser Effekt in der Chemie bzw. Biochemie. Hier gibt es sogenannte Enantiomere, das sind Moleküle, welche in all ihren chemischen und physikalischen Eigenschaften vollkommen identisch sind, ausser in ihrer optischen Aktivität. Tatsächlich unterscheiden sich diese Moleküle in ihrem räumlichen Aufbau so, dass sie sich wie Bild und Spiegelbild verhalten³.

Es zeigt sich, dass die eine Form dieser Sorte von Molekülen die Polarisationsebene des Lichts im mathematisch negativen Sinn dreht (rechts drehend), die andere Sorte dreht die Polarisationsebene entsprechend gegen den Uhrzeigersinn (bzw. mathematisch positiv oder links drehend). Man spricht dann von der (+)-Form/D-Form bzw. der (-)-Form/L-Form des Moleküls.

In diesem Versuch wirst Du Zuckerlösungen untersuchen, da sämtliche Sorten von Zucker zu den optisch aktiven Substanzen zählen. Im Versuch werden die Monosaccharide (Einfachzucker) Glucose und Fructose untersucht, sowie Saccharose als Vertreter der Klasse der Disac-

³Man sagt oft auch sie verhalten sich wie die linke Hand zur rechten Hand.

charide⁴ (Mehrfachzucker).

Liegt in einer Lösung ein 1:1 Gemisch aus D- und L-Form eines Moleküls vor, so werden sich die optischen Aktivität genau aufheben. Exakt dies geschieht auch bei allen anderen Stoffen, welche als nicht optisch aktiv bezeichnet werden. Tatsächlich wird auch hier die Polarisations-ebene geändert, jedoch wird diese Änderung von einem anderen Molekül wieder rückgängig gemacht, so dass effektiv keine Drehung statt findet. Von diesen Substanzen gibt es jedoch keine Enantiomere, so dass nie der Fall auftreten kann, in welchem eine effektive Drehung statt findet.

Bei Enantiomeren wie der L-Fructose und der D-Fructose verhält sich dies anders. Es ist möglich, reine D- oder L-Fructose herzustellen, so dass auch die Möglichkeit besteht, eine Lösung zu erstellen und zu untersuchen, welche ausschliesslich D-Fructose enthält. In diesem Fall wird man sehr wohl eine Drehung der Polarisationsachse registrieren, da es in der Lösung keine Moleküle gibt, welche diese Drehung wieder rückgängig machen könnten.

Um welchen Winkel die Polarisations-ebene gedreht wird, hängt von der Konzentration c der Zuckerlösung ab, von der Länge l der Strecke, welche das Licht durch diese Lösung zurücklegt und von einer materialspezifischen Grösse, welche spezifisches Drehvermögen α_s genannt wird. Es gilt:

$$\alpha = \alpha_s \cdot l \cdot c \quad (1.8)$$

Ist das spezifische Drehvermögen z.B der D-Fructose bekannt, so kann anhand dieser Abhängigkeit auch die Konzentration einer unbekanntes D-Fructose Lösung bestimmt werden - man spricht dann auch von Saccharimetrie. Diese Aussage lässt sich selbstverständlich auf sämtliche optisch aktiven Substanzen verallgemeinern.

Warum jedoch diese Drehung überhaupt stattfindet, ist eine ausgesprochen schwierige Frage, welche leider nur im Rahmen der Quantenmechanik beantwortet werden kann. Dies würde nicht nur den Rahmen dieser Anleitung sprengen, sondern auch wesentlich mehr Kenntnisse voraussetzen, als sie im ersten Semester vorhanden sind. Daher muss eine exakte Erklärung dieses Phänomens an dieser Stelle leider entfallen.

1.3 Experiment

Der Aufbau unseres Experimentes besteht im Wesentlichen aus einer Halogenlampe, welche als Lichtquelle dient, sowie einem Polarisator und einem Analysator, zwischen denen eine mit einer Zuckerlösung gefüllte Küvette positioniert wird. Eine Linse und ein Beobachtungsschirm ermöglichen die optische Abbildung. Die ganze Apparatur befindet sich auf einer optischen Schiene.

Du wirst den Versuch eigenständig aufbauen und die optische Abbildung justieren. Positioniere zunächst die Halogenlampe am Ende der optischen Schiene und schliesse diese an das bereitstehende Netzgerät an. Setze nun den Polarisator und den Analysator auf die Schiene. Zwischen diesen beiden Apparaturen musst Du nun die Küvette positionieren. Es ist darauf zu achten, dass sowohl beim Analysator als auch beim Polarisator die Skala zum Schirm hin zeigt und beide auf 90° gestellt sind. Positioniere nun die Linse und den Beobachtungsschirm. Die Brennweite der Linse ist auf der Fassung der Linse notiert, sie ist entsprechend zu positionieren (überlege Dir dazu, was denn eigentlich im Brennpunkt der Linse zu stehen hat).

Nun gilt es, die Lampe mit Hilfe des Justierstabs, als auch die Linse auf der optischen Schiene so zu justieren, dass das Gesichtsfeld auf dem Schirm gleichmässig ausgeleuchtet wird.

Bevor Du nun der Versuch beginnst, indem Du die Küvette mit einer Zuckerlösung befüllst,

⁴Zu welcher u.a. auch die Cellulose, die Maltose und die Lactose gehören, welche alle eine enorme Bedeutung in der Biochemie haben.

demonstriere den Aufbau und die von Dir vorgenommenen Justierungen zunächst dem zuständigen Assistenten.

Die Messungen sind wie folgt durchzuführen:

Stelle den Analysator auf 0° . Befülle die Küvette mit der entsprechenden Zuckerlösung. Achte darauf, dass der gesamte Zucker auch wirklich gelöst ist. Dreh nun den Analysator und miss das gesamte Lichtfeld aus. Notiere die Einstellung des Analysators, bei welchem Du die maximale Intensität auf dem Schirm beobachtest, sowie welcher Farbfilter verwendet wurde.

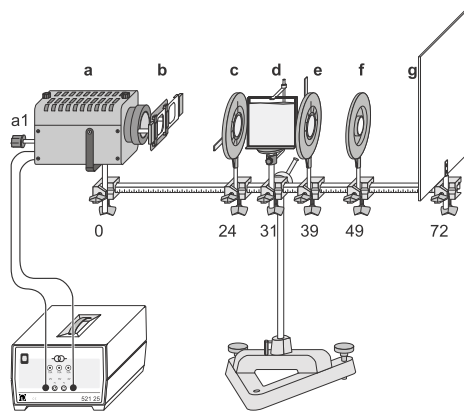


Abbildung 1.2: Der Versuchsaufbau, bestehend aus der Halogenlampe a), Farbfiltern b), Polarisator/Analysator c) bzw e), der Küvette samt Zuckerlösung d), Linse und Beobachtungsschirm f) und g).

1.3.1 Versuchszubehör

Gegenstand	Anzahl
Halogenlampe	1
Netzgerät	1
Analysator	1
Polrisator	1
Küvette	1
Farbfilter (rot, grüne, blau)	3
Linse, $f=100$ mm	1
Schirm	1
optische Schiene	1
Muffe	6
Stativfuss	1

1.3.2 Versuchsdurchführung

- Miss die Länge der Küvette ab und bestimme die entsprechende Messunsicherheit

- Verwende zunächst keinen Farbfilter und bestrahle eine beliebige Zuckerlösung mit weissem Licht. Miss mit dem Analysator das gesamte Sichtfeld aus. Was kannst Du beobachten? Achte speziell auf den sich ergebenden Farbverlauf.
- Vermiss die Saccharose-Lösung mit den vier verschiedenen Stoffmengenkonzentrationen 0,5 mol/l, 0,75 mol/l, 1 mol/l und 1,25 mol/l, sowie eine 1 molare Fructose- und eine 1 molare Glucose-Lösung⁵. Zusätzlich wirst Du eine Saccharose-Lösung unbekannter Konzentration erhalten, es wird Deine Aufgabe sein die Konzentration dieser Lösung zu bestimmen.

Für jede Saccharose-Lösung ist unter Verwendung von weissem Licht der resultierende Drehwinkel zu bestimmen. Die Messung jedes Drehwinkels ist 5 mal durchzuführen. Für die Fructose- und Glucose-Lösung ist unter Verwendung aller drei zur Verfügung stehenden Farbfilter der entsprechende Drehwinkel zu bestimmen. Auch dieser Drehwinkel ist 5 mal zu bestimmen.

Die nicht mehr gebrauchten Zuckerlösungen können in den Abfluss entsorgt werden. Anschliessend ist die Küvette vor dem erneuten Gebrauch gründlich mit destilliertem Wasser zu reinigen und zu trocknen.

1.4 Auswertung

- Beschreibe ausführlich Deine Beobachtung im Falle der Bestrahlung mit weissem Licht.
- Bestimme für alle von Dir gemessenen Winkel den Mittelwert und die Standardabweichung.
- Du hast eine Messreihe für Saccharose-Lösungen verschiedener Konzentration durchgeführt. Trage die gemessenen Werte in ein $\alpha(c)$ -Diagramm. Es sind die berechneten Mittelwerte aufzutragen und die berechnete Standardabweichung des Mittelwerts ist als Fehlerbalken darzustellen.
- Fitte eine Gerade an diesen Graphen und bestimme aus der Steigung das spezifische Drehvermögen gemäss Gleichung 1.8. Eine vollständige Fehlerrechnung wird erwartet!
- Verwende die von Dir bestimmten Werte für α_s um die Konzentration der unbekannteren Saccharose-Lösung zu bestimmen. Berechne daraus, wie viel Gramm Saccharose in dieser Lösung gelöst waren.
- Trage Deine Messreihen für Fructose und Glucose in einem $\alpha(\lambda)$ -Diagramm auf (Die Wellenlängen der Farbfilter sind $\lambda_{rot} = 720 \text{ nm}$, $\lambda_{gruen} = 530 \text{ nm}$, $\lambda_{blau} = 450 \text{ nm}$). Kannst Du die funktionelle Abhängigkeit bestimmen, d.h. ist $\alpha(\lambda)$ eine Gerade, oder eine Parabel usw.? Versuche, Dein Ergebnis physikalisch zu interpretieren.
- Saccharose besteht zu gleichen Teilen aus Glucose und Fructose. Spiegelt sich dieser Sachverhalt in Deinen Daten in irgendeiner Art und Weise wieder, oder ist dieses Experiment nicht geeignet um diesbezüglich eine Aussage zu treffen?

Literatur

- Demtröder Band 2 - *Elektrizität und Optik*, 6. Auflage: Abschnitt 7.4 und 8.5

⁵Die molare Masse von Fructose ist gleich der molaren Masse von Glucose $m = 180,16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$. Die molare Masse von Saccharose beträgt $m = 342,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$.

- E. Hecht - *Optik*, 5. Auflage: Abschnitt 8.1 bis 8.6, sowie 8.10