

# IO1

Modul Optik

## **Geometrische Optik und Abbildungsgesetze**

In diesem Experiment wird die Brennweite von Linsen bestimmt, so wie die Abbildungsgesetze der geometrischen Optik untersucht.



## Versuch IO1 - Geometrische Optik und Abbildungsgesetze

In diesem Experiment wird die Brennweite von Linsen bestimmt, so wie die Abbildungsgesetze der geometrischen Optik untersucht.

## 1.1 Fragen zur Vorbereitung

- Was versteht man unter dem Begriff geometrische Optik? Wann kann die geometrische Optik angewandt werden?
- Wie lautet die sogenannte Linsengleichung und wann ist diese gültig?
- Warum ist eine optische Abbildung nicht automatisch im Brennpunkt scharf?
- Was versteht man unter dem Begriff dünne Linse - erkläre!
- Welche Abbildungsfehler treten bei solchen Linsen auf?
- Was versteht man unter den Begriffen Reflexion und Brechung?
- Was besagt das Fermat'sche Prinzip?
- Skizziere eine konkave Linse sowie eine konvexe Linse.
- Wodurch ist das Auflösungsvermögen einer optischen Apparatur gegeben?
- Wie lautet der 1. und der 2. Strahlensatz?

## 1.2 Theorie

## 1.3 Grundlagen

Um die Ausbreitung des Lichtes zu beschreiben, muss man im Prinzip seine Wellennatur berücksichtigen. Die typischen Wellenlängen des Lichtes sind jedoch so klein, dass man im Allgemeinen keine Welleneffekte beobachtet. Dann lässt sich die Ausbreitung des Lichtes mit dem FERMAT'schen Prinzip beschreiben. Dazu betrachten wir die optische Dichte  $n(\vec{r})$  (Brechungsindex) entlang eines vom Licht durchlaufenen Weges. Das FERMAT'sche Prinzip besagt nun, dass zwischen zwei Punkten A und B das Licht denjenigen Weg einschlägt, für den das Integral

$$\int_A^B n(\vec{r}) dr \quad (1.1)$$

*extremal* wird. Extremal bedeutet, dass das Integral entweder maximal oder minimal auf dem betreffenden Weg ist, oder aber stationär, d.h. sich für infinitesimal benachbarte Wege (analog zu den Extremalstellen einer Funktion, die ein Maximum, Minimum oder ein Terrassenpunkt sein können) nicht ändert. In der Praxis benützt man eine äquivalente Formulierung, die sich auf drei Gesetze stützt.

1. Geradlinige Ausbreitung des Lichtes im *homogenen* und *isotropen*<sup>1</sup> Medium.
2. *Reflexionsgesetz*: Bei Reflexion ist der Ausfallswinkel gleich dem Einfallswinkel.
3. *Brechungsgesetz*: Die Winkel  $\alpha$  des einfallenden und  $\beta$  des ausfallenden Strahles erfüllen die Beziehung

$$n_1 \cdot \sin(\alpha) = n_2 \cdot \sin(\beta) \quad (1.2)$$

wobei  $n_1$  die optische Dichte im Medium des einfallenden und  $n_2$  diese im Medium des ausfallenden Strahls repräsentiert.

---

<sup>1</sup>homogen heisst, dass die entsprechenden Eigenschaften innerhalb des Mediums nicht variieren, d.h. ortsunabhängig sind, analog bedeutet isotrop richtungsunabhängig

Dabei werden alle Winkel zur Normalen der Oberfläche zwischen den Medien gemessen. Dies sind die Axiome der *geometrischen Optik*. Geometrisch deshalb, weil sich das Licht hier in Form von Strahlen ausbreitet, die eine einfache geometrische Behandlung zulassen. Die geometrische Optik ist immer dann gültig, wenn alle Abmessungen des Weges, den die Lichtwelle durchläuft, viel grösser sind als die Lichtwellenlänge, und wenn es zu keinen Überlagerungen von Wellen gleicher Wellenlänge kommt. Die FRESNELL'schen Zonenplatten sind ein eindrückliches Beispiel für Phänomene der *Wellenoptik*, wo die oben genannten Voraussetzungen aufgrund der verwendeten Mikrowellen und ihrer Wellenlänge im cm Bereich nicht mehr erfüllt sind. Ein Beispiel aus dem Alltag, das sich mit der geometrischen Optik nicht erklären lässt, sind z.B. die auf einem Ölfilm auftretenden Farbmuster, da die Dicke der Ölschicht von der Grössenordnung der Lichtwellenlänge ist. Im weiteren Verlauf dieser Anleitung gehen wir, falls nicht anders erwähnt, davon aus, dass die oben genannten Bedingungen erfüllt sind, und wir uns innerhalb des Gültigkeitsbereichs der geometrischen Optik bewegen.

## 1.4 Abbildende Systeme & Linsen

In einem optisch inhomogenen Medium oder in einem System von Medien mit verschiedenen optischen Dichten werden sich Lichtstrahlen nicht mehr geradlinig ausbreiten. In einem *idealen abbildenden System* werden sich Strahlen, die von einem gemeinsamen Punkt ausgehen, oder auf einen gemeinsamen Punkt zulaufen, nach dem Passieren des Systems ebenfalls wieder in einem gemeinsamen Punkt schneiden. Damit lassen sich Punkte eines Objekts auf entsprechende Bildpunkte abbilden. In jedem *realen* abbildenden System gibt es verschiedene Abweichungen von diesem Idealverhalten. Abbildende Systeme lassen sich einfach mit Hilfe von *sphärischen Linsen* oder Spiegeln verwirklichen. Sphärische Linsen haben zwei kugelförmige Oberflächen, die entweder nach innen oder nach aussen gewölbt sein können. Die Verbindungslinie der Kugelzentren bezeichnet man als *optische Achse*. Je nachdem, ob die Linse in der Mitte im Vergleich zum Rand dicker oder dünner ist, spricht man von *Sammellinsen* resp. *Konvexlinsen*, welche Strahlen zur optischen Achse hin ablenken, oder von *Zerstreuungslinsen* resp. *Konkavlinsen*, die Strahlen von der optischen Achse weg lenken. Ein Strahlenbündel von zur optischen Achse parallel einfallenden Strahlen wird durch eine Sammellinse in einem hinter der Linse liegenden *Brennpunkt* vereinigt. Eine Zerstreuungslinse hingegen wird ein paralleles Strahlenbündel so zerstreuen, als kämen die Strahlen aus einem vor der Linse liegenden Brennpunkt.

### 1.4.1 Dünne Linsen

Die Abbildungseigenschaften von Linsen beruhen auf der zweimaligen Brechung der passierenden Lichtstrahlen an der Vorder- und Rückseite der Linse.

Wir wollen nun den Gang der Lichtstrahlen durch eine Sammellinse verfolgen (s. Abb 1.1). Ein von A unter dem Winkel  $\alpha_1$  zur optischen Achse ausgehender Strahl trifft bei H1 in der Höhe  $h_1$  auf die Linse auf, wird in der Linse mit dem Brechungsindex  $n_2 = n$  gebrochen, verlässt die Linse bei H2 in der Höhe  $h_2$  und trifft schliesslich bei B unter dem Winkel  $\alpha_2$  wieder auf die optische Achse. Aus der Abbildung entnimmt man, dass der Einfallswinkel bei der ersten Brechung  $\alpha_1 + \beta_1$  ist, und mit dem Brechungsindex  $n_1 = 1$  für das erste Medium (Luft) lautet das Brechungsgesetz

$$\sin(\alpha_1 + \beta_1) = n \cdot \sin(\gamma_1) \quad (1.3)$$

Analoges gilt beim Austritt des Lichtes aus der Linse

$$n \sin(\gamma_2) = \sin(\alpha_2 + \beta_2) \quad (1.4)$$

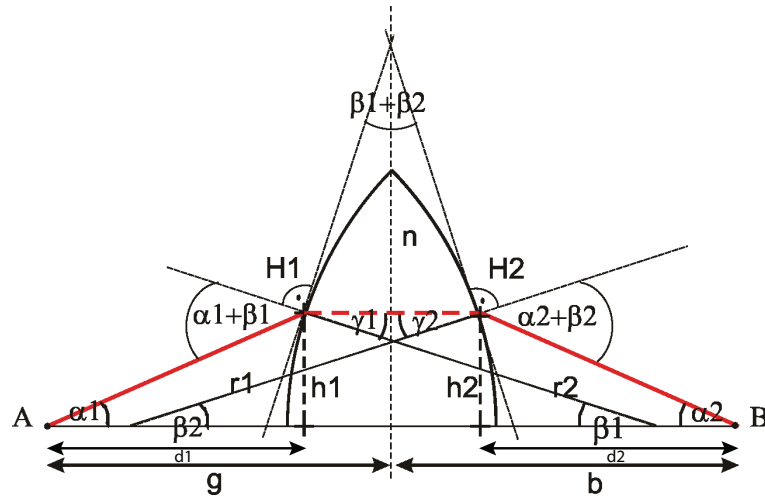


Abbildung 1.1: Schema des Strahlengangs bei einer Sammellinse (Zeichentechnisch gilt  $r_1=r_2$  was zur Symmetrie des Bildes führt).

Nun berücksichtigen wir weiter, dass  $\gamma_2 = \beta_1 + \beta_2 - \gamma_1$  und erhalten somit für die zweite Brechung:

$$\sin(\alpha_2 + \beta_2) = n \cdot \sin(\beta_1 + \beta_2 - \gamma_1) \quad (1.5)$$

Für achsennahe (paraxiale) Lichtstrahlen, bzw. für Linsen mit kleinem Durchmesser sind die vorkommenden Winkel klein, und wir können die Sinusse durch ihre Argumente ersetzen. Addition der so genäherten Gleichungen 1.3 und 1.5 für beide Brechungen liefert nun

$$\alpha_1 + \alpha_2 = (n - 1)(\beta_1 + \beta_2) \quad (1.6)$$

Ersetzt man in dieser Gleichung die kleinen Winkel  $\alpha_i$  näherungsweise durch  $h_i/d_i$  und  $\beta_i$  durch  $h_i/r_i$ , so folgt

$$\frac{h_1}{d_1} + \frac{h_2}{d_2} = (n - 1) \left( \frac{h_2}{r_1} + \frac{h_1}{r_2} \right) \quad (1.7)$$

Da wir eine dünne Linse betrachten, ist  $h_1 \approx h_2$ , und wir erhalten

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (1.8)$$

Für den Spezialfall, dass die Strahlen von einem unendlich weit entfernten Punkt kommen, es sich also um ein paralleles Strahlenbündel handelt, wissen wir, dass sich die gebrochenen Strahlen hinter der Linse im Brennpunkt schneiden werden. Sei nun  $f$  die *Brennweite* der Linse, d.h. der Abstand des Brennpunktes von der Linse. In diesem Fall wird  $d_1 \rightarrow \infty$  und  $d_2 \rightarrow f$ , und Gleichung 1.8 wird zu

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (1.9)$$

Die Brennweite einer Linse ist also umso kleiner, je kleiner die Krümmungsradien  $r_i$  ihrer Begrenzungsflächen sind. Die Krümmungsradien konkaver Flächen sind negativ einzusetzen. Aus den Gleichungen 1.8 und 1.9 und mit der *Gegenstandsweite*  $g \approx d_1$  und *Bildweite*  $b \approx d_2$ , den Abständen des Gegenstandes resp. des Bildes zur Linse, ergibt sich die bekannte **Linsengleichung**

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (1.10)$$

Die Strahlen eines Gegenstandes im Abstand  $g$  werden sich demnach im Abstand  $b$  hinter der Linse wieder schneiden, so dass sich der Gegenstand auf eine Fläche im Abstand  $b$  projizieren lässt<sup>2</sup>. Durch analoge Überlegungen lässt sich zeigen, dass für ein System aus zwei Linsen mit den Brennweiten  $f_i$  im Abstand  $d$  gilt

$$\frac{1}{f_{total}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \approx \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \text{für } d \ll f_1, f_2 \quad (1.11)$$

In der Literatur findet man anstelle der Brennweite  $f$  oft auch deren Kehrwert, den *Brechwert*  $D = 1/f$ . Die Einheit des Brechwertes ist  $[D] = \text{Dioptrie (dpt)} = \text{m}^{-1}$ .

Lage und Grösse des Bildes eines gegebenen Gegenstandes lassen sich bei bekannter Brennweite  $f$  der Linse durch einfache Konstruktion finden. Man ersetzt bei der Konstruktion die Linse durch ihre *Mittelebene*  $M$ , siehe Abb. 1.2. Den objektseitigen durch die Linse abgeschlossenen Raum nennt man auch *Objektraum*, den bildseitigen *Bildraum*.

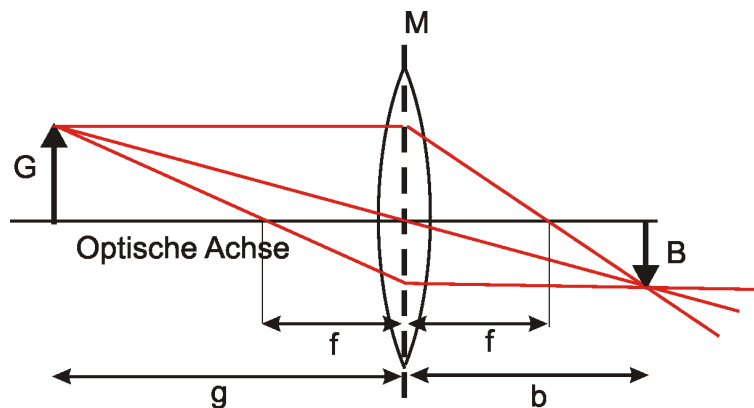


Abbildung 1.2: Konstruktion des Bildes B eines Objekts G bei gegebener Brennweite  $f$ .

Bei einer dünnen Linse, die durch ihre Mittelebene und ihre Brennweite gegeben ist, verlaufen achsenparallele Strahlen des Objektraumes durch den Brennpunkt des Bildraumes und umgekehrt. Strahlen durch die Linsenmitte werden nicht abgelenkt und verlaufen geradlinig. Aus Abbildung 1.2 ist ersichtlich<sup>3</sup>, dass für das Grössenverhältnis zwischen Objekt und Bild, d.h. für den *Vergrößerungsfaktor*  $v$  gilt

$$v := \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (1.12)$$

Je nach Abstand zwischen Objekt und Linse erzeugt diese ein vergrössertes oder verkleinertes Bild. Die Bilder werden als *reell* oder *virtuell* bezeichnet, je nachdem sie im Bild- oder im Objektraum entstehen. Virtuell deshalb, weil man solche Bilder nicht auf eine Fläche projizieren kann. Virtuelle Bilder können nur mit Zerstreuungslinsen erzeugt werden, und auch umgekehrt reelle Bilder nur mit Sammellinsen.

## 1.4.2 Linsenfehler

Bei sphärischen Linsen mit grösserem Durchmesser und stärkerer Krümmung macht sich ein Zonenfehler bemerkbar, die *sphärische Aberration*, bei der aufgrund der Näherungen in den

<sup>2</sup>Dies gilt allerdings so nur für Sammellinsen. Bei Zerstreuungslinsen ist die Brennweite negativ und die gestreuten Strahlen schneiden sich *vor* der Linse. Das Bild einer einzelnen Zerstreuungslinse lässt sich deshalb auch nicht auf eine Fläche projizieren.

<sup>3</sup>Anwenden des Strahlensatzes auf die Strahlen durch die Linsenmitte

Gleichungen 1.7 und 1.10 für achsenferne Strahlen Abweichungen von Gleichung 1.10 auftreten. Folglich werden weiter aussen auf die Linse einfallende Strahlen stärker gebrochen als solche, die näher an der optischen Achse der Linse einfallen. Somit existiert nicht ein Brennpunkt, vielmehr werden die Strahlen auf unterschiedliche Brennpunkte hin fokussiert.

Eine andere wichtige Abweichung vom Idealverhalten nach Gleichung 1.10, die *chromatische Aberration*, tritt aufgrund der unterschiedlichen Brechungsindizes des Linsenmaterials für verschiedene Wellenlängen auf. So ist z.B. die Brennweite für blaues Licht kleiner als für rotes.

Neben diesen beiden wichtigsten Effekten gibt es weitere Linsenfehler (Astigmatismus, Koma, usw.). Linsenfehler lassen sich durch geschickte Linsenkombinationen (verschiedene Glasarten, Krümmungen, etc.) zum Teil beheben.

## 1.5 Experiment

Der Aufbau unseres Experimentes besteht im wesentlichen aus einer Schiene, genannt optische Bank, auf der gemäss Abb.1.3 verschiedene optische Elemente montiert sind. Durch Verschieben der letzteren gegeneinander lassen sich die gewünschten Versuchssituationen einstellen. Du wirst den Versuch im demontierten Zustand vorfinden und es wird Deine Aufgabe sein, gemäss der obigen Theorie die korrekten Strahlengänge für die jeweiligen optischen Apparaturen auf das Experiment zu übertragen. Die exakte Ausrichtung und Justierung aller optischen Geräte kann zeitaufwendig sein. Gute Messdaten sind nur durch Geschick und Fleiss bei der Justierung zu erreichen - gib Dir Mühe! Beachte den exakten Strahlengang und

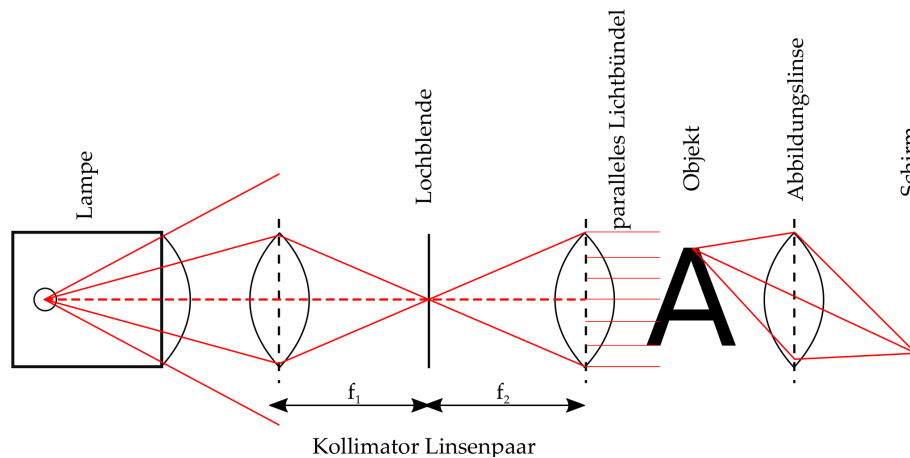


Abbildung 1.3: Versuchsaufbau Optische Bank

versuche, während des Experiments diesen möglichst exakt zu realisieren. Durch die Handhabung vieler Praktikanten kann es immer vorkommen, dass einige der Linsen oder andere Geräte verschmutzt sind. Gegebenenfalls sind diese also zu reinigen. Für die Reinigung von Linsen steht in den Praktikumsräumen Isopropanol zur Verfügung.



### 1.5.1 Versuchszubehör

Gegenstand	Anzahl
Lampe, montiert auf optischer Bank	1
Linse	8
Dia	3
Diahalter	3
Satz Farbfilter	1
Meter	1
Schirm	1

### 1.5.2 Versuchsdurchführung

- Wie erzeugt man ein Parallelstrahlbündel? - mache eine Skizze.
- Prüfe die Linsengleichung (1.10) mittels folgendem Verfahren (Gauß'sche Methode): Bilde ein Diapositiv mit einer Linse auf den Schirm ab. Trage nun die Kehrwerte der Bildweite  $b$  ( $y$ -Achse) gegen denjenigen der Gegenstandsweite  $g$  ( $x$ -Achse) auf. Du erhältst eine Gerade. Welche Steigung hat sie und wo liegt der Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse? Was drückt die Symmetrie der erhaltenen Funktion physikalisch aus? Es sind min. 15 Wertepaare aufzunehmen und es sind min. zwei Linsen unterschiedlicher Brennweite zu vermessen!
- Zeige, dass für Linsenduplets  $1/f_1 + 1/f_2 = 1/f_{\text{Duplet}}$  gilt:
  - a) Bestimme die Brennweite von einem System aus zwei dünnen Linsen, die in einem Abstand  $d$  voneinander auf der optischen Bank montiert werden. Verwende dasselbe Verfahren, welches bereits oben besprochen wurde. Auch hier sind min. 15 Wertepaare aufzunehmen. Verwende dazu Sammellinsen.
  - b) Erkläre den Unterschied zwischen reeller und virtueller Abbildung. Bestimme dann die Brennweite einer Zerstreuungslinse. Überlege Dir, wie sich das virtuelle Bild auf den Schirm abbilden lässt und mache dazu eine Skizze.
- Beobachtung von sphärischer - und chromatischer Aberration:

Es stehen verschiedene Dias/Objekte, sowie mehrere Farbfilter zur Verfügung. Überlege Dir, wie mit den zur Verfügung stehenden Materialien die sphärische- und die chromatische Aberration beobachtet werden können. Beschreibe exakt, welche Objekte/Methoden Du verwendet hast und was exakt Du beobachtet hast. Bestimme nun die Brennweite einer schon ausgemessenen Linse mit Farbfilter und mit Hilfe der Gauss'schen Methode.

## 1.6 Aufgaben zur Auswertung

- Fertige ein ausführliches Protokoll an, welche alle durchgeführten Experimente beschreiben, inklusive einer Skizze, welche den jeweiligen Strahlengang des Aufbaus darstellt. Weiterhin sind alle Berechnungen inklusive Fehlerabschätzungen bzw. Fehlerrechnungen darzustellen.
- Skizziere den Strahlengang für die sphärische Aberration und die chromatische Aberration

## Literatur

- Demtröder Band 2 - *Elektrizität und Optik*, 6. Auflage: Abschnitt 9.1 bis 9.5
- E. Hecht - *Optik*, 3. Auflage: Kapitel 5