IM6

Modul Mechanik

Zentrifugalkraft

Damit ein Körper eine gleichförmige Kreisbewegung ausführt, muss auf ihn eine Radialkraft, die Zentripetalkraft, wirken, die immer zu einem festen Punkt, dem Zentrum, hinzeigt. In diesem Versuch soll die Zentripetalkraft in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit, des Radius und der Masse untersucht werden.

Versuch IM6 - Zentrifugalkraft

Damit ein Körper eine gleichförmige Kreisbewegung ausführt, muss auf ihn eine Radialkraft, die Zentripetalkraft, wirken, die immer zu einem festen Punkt, dem Zentrum, hinzeigt. In diesem Versuch soll die Zentripetalkraft in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit, des Radius und der Masse untersucht werden.

1.1 Fragen zur Vorbereitung

- Was ist eine Zentralkraft?
- Was ist der Unterschied zwischen der Zentripetalkraft und der Zentralkraft?
- Was ist die Zentrifugalkraft?
- Was ist der Unterschied zwischen der Zentrifugal- und der Zentripetalkraft?

1.2 Theorie

1.2.1 Die gleichförmige Kreisbewegung

Bewegt sich ein Massenpunkt auf einer kreisförmigen Bahn mit Radius r um das Zentrum Z mit einer konstanten Geschwindigkeit v, bezeichnet die *Bahngeschwindigkeit* v die Bogenlänge des Kreises, die in einer Sekunde durchlaufen wird. Des Weiteren ist der Winkel, den ein Strahl vom Zentrum Z zum Massenpunkt in einer bestimmten Zeit überschritten wird, dividiert durch diese Zeit gegeben durch die *Winkelgeschwindigkeit* ω. Der Winkel ist hierbei im Bogenmass anzugeben. Der Zusammenhang zwischen Bahn- und Winkelgeschwindigkeit ist somit gegeben durch

$$v = \omega r \tag{1.1}$$

Die Zeit, die der Massenpunkt für einen Umlauf benötigt, berechnet sich dann gemäss

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \tag{1.2}$$

Ein rotierender starrer Körper, z.B. ein Rad, hat demnach an allen Punkten dieselbe Winkelgeschwindigkeit, wegen (1.1) nimmt jedoch die Bahngeschwindigkeit nach aussen hin zu.

Da sich die Richtung der Geschwindigkeit ändert, muss eine Beschleunigung vorliegen. Wir wollen nun diese Beschleunigung der gleichförmigen Kreisbewegung ermitteln. Nach dem allgemeinen Verfahren der Kinematik ist diese durch Bildung der Geschwindigkeitsdifferenz für zwei genügend eng benachbarte Positionen A und B des Massenpunktes oder die entsprechenden Zeitpunkte t_1 und t_2 zu finden (siehe Abb. 1.1). Der Kreissektor ZAB lässt sich nun mit beliebiger Genauigkeit durch ein Dreieck annähern. Dieses Dreieck ist dem Dreieck BCD (aus den beiden Geschwindigkeitsvektoren $v_1(t)$ und $v_2(t)$) und der Geschwindigkeitsdifferenz Δv *ähnlich*. Beide Dreiecke sind gleichschenklig und beide haben den gleichen Winkel an der Spitze. Wenn nun Δr die Länge des Kreisbogens ist, die im Grenzfall in die Dreiecksseite übergeht, haben somit entsprechende Seiten beider Dreiecke das gleiche Verhältnis:

$$\frac{AB}{r} = \frac{\Delta r}{r} = \frac{|\Delta v|}{|v|} = \frac{|\Delta v|}{v}$$

Teilen wir diese Gleichung durch die Zeitdifferenz $\Delta t = t_2 - t_1$, die benötigt wird, um den Weg AB zurückzulegen, bzw. die Geschwindigkeitsänderung Δv herbeizuführen, erhalten wir:

$$\frac{\Delta r/\Delta t}{r} = \frac{v}{r} = \frac{|\Delta v|/\Delta t}{v} = \frac{a}{v}$$

Setzt man nun für $\Delta r/\Delta t$ im Grenzfall v und für $|\Delta v|/\Delta t$ die Beschleunigung a ein, erhalten wir den Ausdruck für die Beschleunigung der gleichförmigen Kreisbewegung, die *Zentripetalbeschleunigung*:

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \tag{1.3}$$

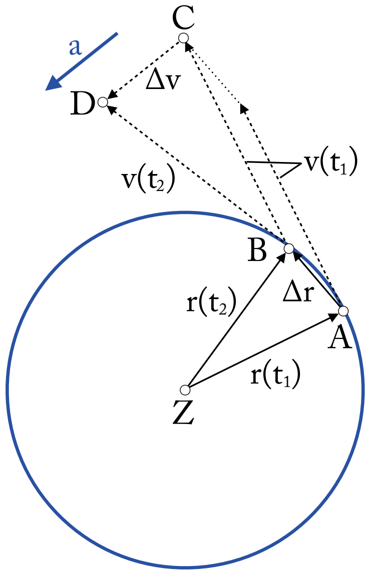

Abbildung 1.1: Kinematik der gleichförmigen Kreisbewegung.

Die Grösse dieser Beschleunigung ist folglich konstant und ihre Richtung ergibt sich gemäss der Konstruktion in Abb. 1.1 als stets zum Zentrum gerichtet. Man beachte, dass Δv und a eigentlich am Ort A und B anzutragen sind. Damit oder wenn ein Körper mit der Masse m eine gleichförmige Kreisbewegung ausführt, muss eine Kraft, die *Zentripetalkraft*, vom Betrag

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r \tag{1.4}$$

wirken, die immer zu einem festen Punkt, dem Zentrum hinzeigt. In unserem Fall wird der Metallkörper durch die Umdrehung auf Grund seiner Trägheit nach aussen bewegt und durch den am Torsionsdraht befestigten Draht auf seiner Kreisbahn gehalten.

1.3 Experiment

In dem vorliegenden Versuch dient das Radialkraftgerät nach Schürholz zur Bestimmung der Radialkraft, *der Zentripetalkraft*, in Abhängigkeit von Masse, Winkelgeschwindigkeit und Abstand der umlaufenden Körper von der Achse. Bei der Drehung des Gerätes ist die Verdrillung des Torsionsfadens proportional zur Radialkraft und wird durch einen Lichtzeiger sichtbar gemacht. Zur Ableitung des Radialkraftgesetzes verändert man die Masse, den Abstand und die Winkelgeschwindigkeit des umlaufenden Metallkörpers.

1.3.1 Versuchszubehör

Komponente	Anzahl
Radialkraftgerät	1
Experimentiermotor	1
Steuer- und Regelgerät zum Experimentiermotor	1
Lampe	1
Lichtzeiger-Dia	1
Stativstange 25cm	1
Muffe	1
Stativfuss	1
Transformator	1
Höhenmassstab	1
Sockel	1
Präzisionskraftmesser 1.0N	1
Handstoppuhr	1

1.3.2 Versuchsaufbau und Justage

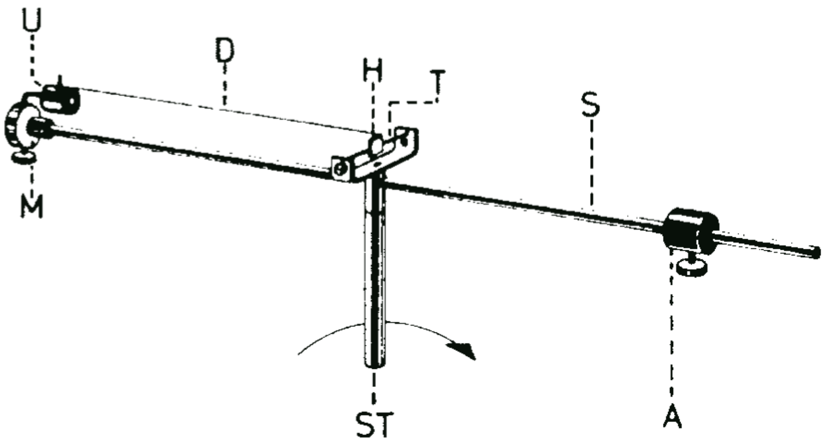

Abbildung 1.2: Radialkraftgerät nach Schürholz.

- Das Radialkraftgerät wird in der Klemmzange des Experimentiermotors befestigt.
- Der zu verwendende Metallkörper (U) (Abb. 1.2) wird auf den Stift der Muffe (M) gesteckt und mit einem der beiden Drähte (D) an den Haken des Spiegels (H) gehängt. Die Muffe wird entweder bis zum inneren oder bis zum äusseren Anschlag geschoben, so dass entweder der kurze oder der lange Draht genau passt.
- Der Auswuchtkörper (A) wird etwa in derselben Entfernung von der Achse festgeklemmt.
- Zum Aufbau der Lichtzeiger-Ablesung setzt man die Lampe mit Lichtzeiger-Dia in dem Kondensor mit einer Muffe und einer Stativstange auf den Stativfuss. Der Stativfuss wird etwa 30cm von dem Hohlspiegel (H) entfernt aufgestellt und die Lampe so eingestellt, dass der Kondensor ein vergrössertes Bild der Lampenwendel auf dem Hohlspiegel entwirft.

- Das Lichtzeiger-Dia im Kondensor wird durch den Hohlspiegel auf den Höhenmassstab in Entfernung von mindestens 2m abgebildet. Zur Scharfstellung dieses Bildes wird die Lampe verschoben.
- Bei Rotation der Achse (ca. 0,5 bis 1 Umdrehung/Sekunde) ist das Bild periodisch kurzzeitig auf dem Schirm sichtbar, genügt aber zum Ablesen des Ausschlages mit Hilfe des Massstabes
- Zur Kalibrierung des Lichtzeigerausschlags in Newton hängt man den Kraftmesser an Stelle des Metallkörpers (U) in den Torsionsdraht ein und liest zusammengehörige Werte von Kraft und Lichtzeigerausschlag ab.

1.3.3 Allgemein

Schätze bei allen Messungen die Fehler der Messungen ab und gebe diese zusammen mit den Messwerten im Protokoll an. Die Anzahl der Nachkommastellen des Fehlers entspricht denen des Messwertes. Bspw.: $H = (24.5 \pm 0.1)$ cm.
Bestimme zu allen Ergebnissen den Fehler des Messwertes mittels der Fehlerfortpflanzung.
Beispiel:

$$F = m * r * w^2$$
$$\text{mit } m = (25.20 \pm 0.01) * 10^{-3}\text{ kg}, r = (12.0 \pm 0.1) * 10^{-2}\text{ m}, w = (15.65 \pm 0.25)\text{s}^{-1}$$

Der Fehler berechnet sich in diesem Fall über die relativen Fehler. Diese Vereinfachung der allgemeinen Fehlerfortpflanzung ist äquivalent zu der allgemeinen Form (mit partiellen Ableitungen), sofern die Formel keinerlei Summen oder Differenzen enthält:

$$\frac{\Delta F}{F} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + 4 * \left(\frac{\Delta w}{w}\right)^2}$$

Die Anzahl der signifikanten Stellen des Ergebnisses ergibt sich aus der Anzahl der signifikanten Stellen des schlechtesten Messwertes, welcher in die Rechnung einfliesst. Für das obige Beispiel:

$$F \widehat{=} F \pm \Delta F = (0.74 \pm 0.03)\text{ N}$$

1.3.4 Messungen

- Miss mittels des Präzisionskraftmessers den Lichtzeigerausschlag in Abhängigkeit von der Kraft, welche am Spiegel zieht. Notiere hierfür in Schritten von 0.1N den Lichtzeigerausschlag und trage diesen graphisch gegen die Kraft auf. Bestimme die Kalibrierungsfunktion mittels eines linearen Fits der Form:

  $$H(F) = a + b * F$$

  mit der Auslenkung des Lichtstrahls ohne Kraftauswirkung a und der Proportionalitätskonstante b.
  Über die inverse Funktion der Kalibrierungsfunktion kann in späteren Höhenmessungen in die anliegende Kraft umgerechnet werden.
- Im Folgenden soll für jede Kombination der zwei unterschiedlichen Massen und zwei unterschiedlichen Drähten jeweils die Auslenkung des Lichtstrahls in Abhängigkeit von

der Winkelgeschwindigkeit bestimmt werden. Hierzu wird für jede Massen/Draht- Kombination für 8 verschiedene Winkelgeschwindigkeiten die Höhe bestimmt. Die Winkelgeschwindigkeiten sind so zu wählen, dass der gesamte Bereich, welcher durch die Kalibrierungskurve abgedeckt ist, nahezu ausgenutzt wird. Die Winkelgeschwindigkeit wird durch Messung der Zeitdauer von 20 Umdrehungen mittels einer Stoppuhr bestimmt.

1.3.5 Aufgaben zur Auswertung

In allen Graphen muss eine Legende den Plot erklären. Zudem müssen die Fehler aller Messpunkte durch Fehlerbalken ausgewiesen sein.

- Die Daten der Messung (Kraft gegen Winkelgeschwindigkeit) werden graphisch aufgetragen und mit einer Parabel der Form

  $$F = a * w^2$$

  gefittet. In dem Fitparameter a steckt die Information über die Masse und der Drahtlänge. Es ist zu überprüfen, wie der Fitparameter mit der Änderung der Masse (Drahtlänge) skaliert. Stimmt das Verhältnis im Rahmen des Fehlers mit dem erwarteten Wert überein?

- Die Daten der Messung (Kraft gegen Winkelgeschwindigkeit) werden doppellogarithmisch graphisch aufgetragen und mit einer linearen Funktion gefittet. Die Steigung der Geraden ist der Exponent der Abhängigkeit der Kraft von der Winkelgeschwindigkeit. Stimmt die Steigung im Rahmen des Fehlers mit dem Literaturwert überein?

1.4 Literatur

- D. Meschede, "*Gerthsen Physik*", Springer Verlag