

III E3

Modul Elektrizitätslehre II

Erdmagnetfeld

Im vorliegenden Versuch wird die im Erdmagnetfeld für verschiedene Drehachsen induzierte Spannung gemessen. Aus der Amplitude und der Frequenz des aufgezeichneten Signals wird die jeweils wirksame Komponente des Erdmagnetfeldes berechnet. Ziel der Auswertung ist die Bestimmung des Gesamtbetrages, der Horizontalkomponente und des Inklinationwinkels des Erdmagnetfeldes.

Versuch IIE3 - Erdmagnetfeld

Im vorliegenden Versuch wird die im Erdmagnetfeld für verschiedene Drehachsen induzierte Spannung gemessen. Aus der Amplitude und der Frequenz des aufgezeichneten Signals wird die jeweils wirksame Komponente des Erdmagnetfeldes berechnet. Ziel der Auswertung ist die Bestimmung des Gesamtbetrages, der Horizontalkomponente und des Inklinationswinkels des Erdmagnetfeldes.

1.1 Fragen zur Vorbereitung

- Wie lautet das Induktionsgesetz?
- Was versteht man unter den Begriffen Feldstärke, magnetische Flussdichte?
- Was sind orientierte Flächen?
- Was besagt die Lenz'sche Regel?
- Mache Dich mit möglichen Ursachen für die Entstehung und Aufrechterhaltung sowie einigen Wirkungen des Erdmagnetfeldes vertraut.
- Was bedeutet Deklination und Inklination?

1.2 Theorie

1.2.1 Das Erdmagnetfeld

Das Erdmagnetfeld ist ein allgemeiner Begriff für die Magnetosphäre der Erde. Dieser Begriff bezeichnet das Raumgebiet um ein astronomisches Objekt, in welchem der wesentliche Teil des Magnetfeldes dominiert. Oberhalb davon wird es durch die Magnetopause, unterhalb davon durch die Ionosphäre begrenzt. Das Hauptmagnetfeld wird zu etwa 95% vom Erdkern durch den so genannten Geodynamo erzeugt. Letzterer bezeichnet den durch die sogenannte *Dynamotheorie* beschriebenen Mechanismus, welcher heutzutage die verbreitetste Theorie zur Entstehung des Hauptmagnetfeldes darstellt. Das Magnetfeld nahe der Erdoberfläche kann mittels eines magnetischen Dipols angenähert werden, wie in Abbildung 1.1 illustriert ist. Oberhalb der Erdatmosphäre wird es durch den Sonnenwind verformt, im Inneren wird es durch diverse interagierende nicht-triviale Vorgänge zu einem Quadrupol-, beziehungsweise einem Multipolfeld verändert. Im Wesentlichen treten die magnetischen Feldlinien auf der Südhalbkugel aus der Erde aus und durch die Nordhalbkugel wieder in die Erde ein.

Der Pol auf der Nordhalbkugel entspricht gemäss der Richtung der Magnetfeldlinien dem magnetischen Südpol und umgekehrt. Im Allgemeinen wird jedoch der magnetische Pol der Nordhalbkugel als Nordpol und der magnetische Pol der Südhalbkugel als Südpol bezeichnet.

Die Dynamotheorie

Der innere Erdkern ist fest und besteht aus nahezu reinem Eisen. Er wird vom flüssigen, stark eisenhaltigen äusseren Erdkern umschlossen. Die im Erdkern vorherrschenden Temperaturen von 5000°C (entspricht etwa der Temperatur auf der Sonnenoberfläche) liegen über den Curie-Temperaturen¹ von Eisen und Nickel. Daher sind sie nicht magnetisch und haben lediglich eine Funktion als elektrische Leiter. Die Temperaturgradienten zwischen heissem Erdkern und weniger heissen äusseren Bereichen führen dazu, dass flüssiges Material in die äusseren Bereiche strömt, dort abkühlt und schliesslich wieder in die heisseren, inneren Bereiche absinkt. Diese Strömungen werden Konvektionsströmungen genannt und werden durch die vorherrschende Corioliskraft auf Schraubenbahnen gezwungen. Durch diese schraubenförmigen Bewegungen der elektrisch leitfähigen Materie wird aufgrund der Bewegung in dem vorhandenen schwachen Magnetfeld ein Induktionsstrom erzeugt, der zu einer Verstärkung

¹Diese materialspezifische Grösse bezeichnet die Temperatur, oberhalb welcher sämtliche ferromagnetische und -elektrische Eigenschaften eines Materials vollständig verschwunden sind, und diese daher nur noch paramagnetisch und -elektrisch sind.

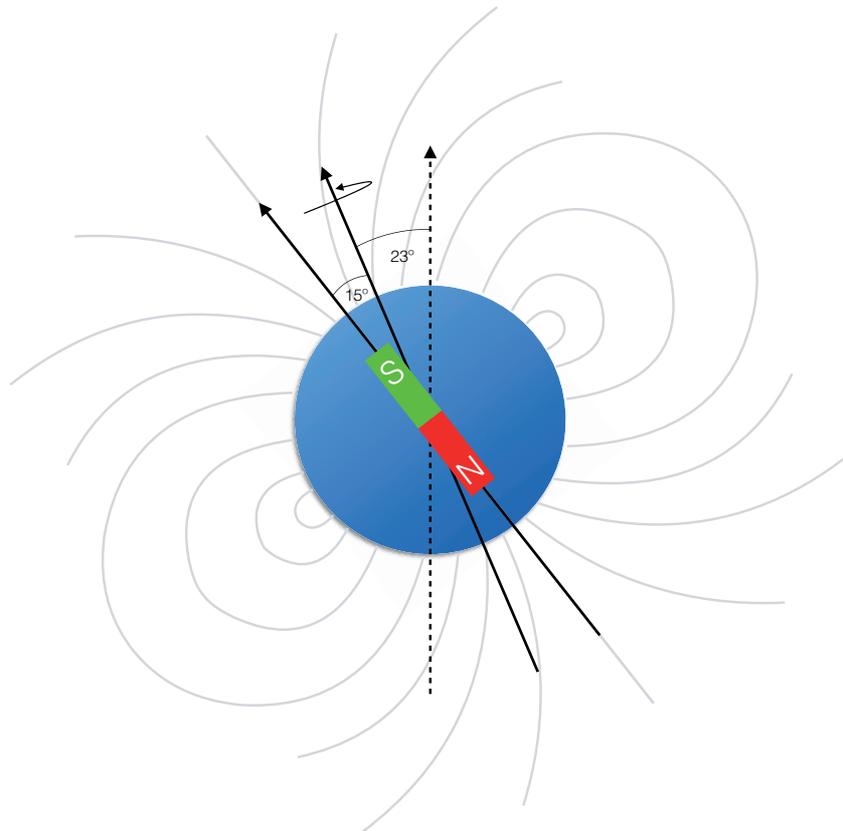


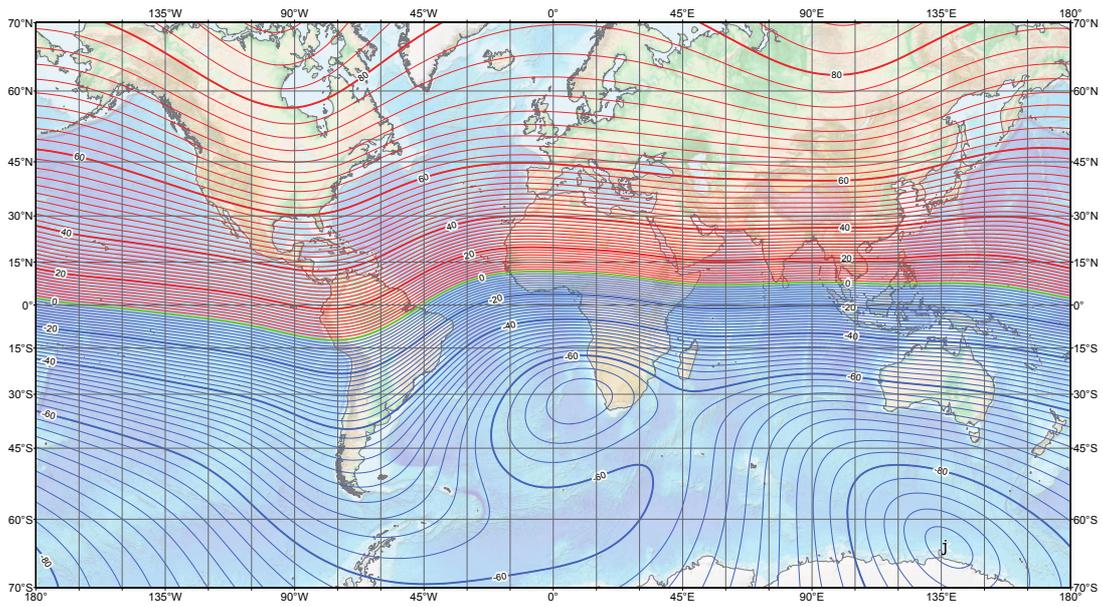
Abbildung 1.1: Das Dipolfeld der Erde.

des Magnetfeldes führt. Diese erzeugt wiederum einen stärkeren Induktionsstrom und dadurch wird erneut eine Verstärkung des Magnetfeldes erreicht, bis ein stabiler Zustand erreicht wird. Der für die Bildung des Erdmagnetfeldes verantwortliche Strom wird somit mit Hilfe des Erdmagnetfeldes selber erzeugt.

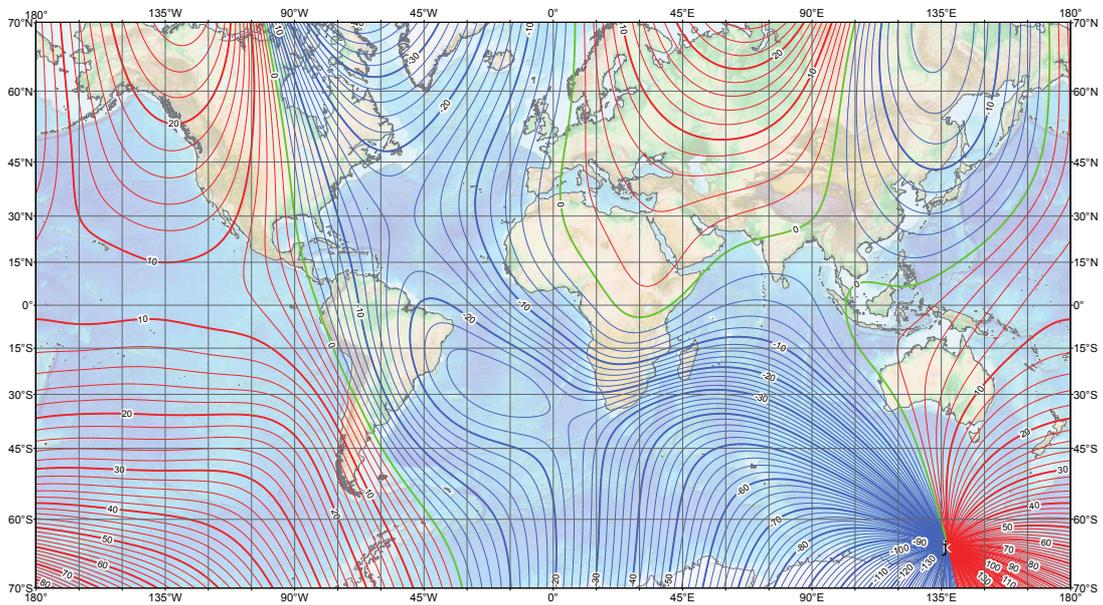
Die Dynamotheorien vermögen nicht sämtliche Eigenschaften des Erdmagnetfeldes zu beschreiben, doch werden sie von diversen Experimenten, Simulationen und Computerberechnungen gestützt, so dass deren Richtigkeit zu einem grossen Teil bestätigt ist.

Eigenschaften des Erdmagnetfeldes

Die Richtung des Magnetfeldes im Raum wird durch die Begriffe *Inklination* und *Deklination* beschrieben. Der Winkel zwischen der Magnetfeldrichtung und der geographischen Nordrichtung wird *Deklination* genannt. *Inklination* beschreibt den Winkel, indem die schematisch verlaufenden Feldlinien des Erdmagnetfeldes auf die Erdoberfläche treffen. Demzufolge ist die Inklination auf der Nordhalbkugel im Wesentlichen positiv, auf der Südhalbkugel negativ. Am Äquator ist die Inklination exakt null, da dort das Magnetfeld parallel zur Erdoberfläche verläuft, an den magnetischen Polen ist sie 90° . Abbildung 1.2 zeigt die weltweite Verteilung der Inklination und Deklination in 2° -Schritten für das Jahr 2010. Wie die Position der magnetischen Pole wandert diese Verteilung stets.



(a) Verteilung der Inklination



(b) Verteilung der Deklination

Abbildung 1.2: Inklination (a) und Deklination (b) des Erdmagnetfeldes in $^{\circ}$ (Quelle: <http://www.ngdc.noaa.gov>)

1.2.2 Messung des Erdmagnetfeldes

Nach dem FARADAY'SCHEN INDUKTIONSGESETZ hat eine Änderung der magnetischen Flussdichte \vec{B} die Entstehung eines elektrischen Feldes zur Folge:

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

Der magnetischen Fluss Φ , der eine orientierte Fläche A durchsetzt, ist gegeben durch:

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (1.2)$$

Im Falle einer homogenen Flussdichte und einer nicht gekrümmten Fläche vereinfacht sich diese Formel zu

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} \quad (1.3)$$

und der Fluss kann somit mit dem Skalarprodukt aus der Flussdichte und dem Flächenvektor ausgedrückt werden. Eine Änderung des magnetische Flusses induziert eine Spannung

$$U_{ind}(t) = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1.4)$$

Diese Eigenschaft machen wir uns in diesem Versuch zu nutze, um das Erdmagnetfeld zu messen. Betrachtet man nun eine Kreisspule der Windungszahl N und Querschnittsfläche A , die vom magnetischen Fluss Φ durchsetzt wird, wird die Spannung

$$U_{ind}(t) = -\frac{d\Psi}{dt} \approx -N \cdot \frac{d\Phi_n}{dt} \quad (1.5)$$

induziert, wobei Ψ den Verkettungsfluss und Φ_n den magnetischen Fluss durch eine Windung der Spule beschreibt. Rotiert die Spule mit der Kreisfrequenz ω , erhält man für die induzierte Spannung in der Spule:

$$\begin{aligned} U_{ind}(t) &= -N \cdot A \cdot B \cdot \frac{d}{dt} \cos(\omega t) \\ &= N \cdot A \cdot B \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \\ &= U_0 \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Führen wir $a = NA$ ein, lässt sich einfach zeigen, dass die Komponenten des Magnetfeldes B_x , B_y und B_z gegeben sind durch:

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{1}{\sqrt{2a}} \sqrt{-\left(\frac{U_x}{\omega_x}\right)^2 + \left(\frac{U_y}{\omega_y}\right)^2 + \left(\frac{U_z}{\omega_z}\right)^2} \\ B_y &= \frac{1}{\sqrt{2a}} \sqrt{\left(\frac{U_x}{\omega_x}\right)^2 - \left(\frac{U_y}{\omega_y}\right)^2 + \left(\frac{U_z}{\omega_z}\right)^2} \\ B_z &= \frac{1}{\sqrt{2a}} \sqrt{\left(\frac{U_x}{\omega_x}\right)^2 + \left(\frac{U_y}{\omega_y}\right)^2 - \left(\frac{U_z}{\omega_z}\right)^2} \end{aligned} \quad (1.7)$$

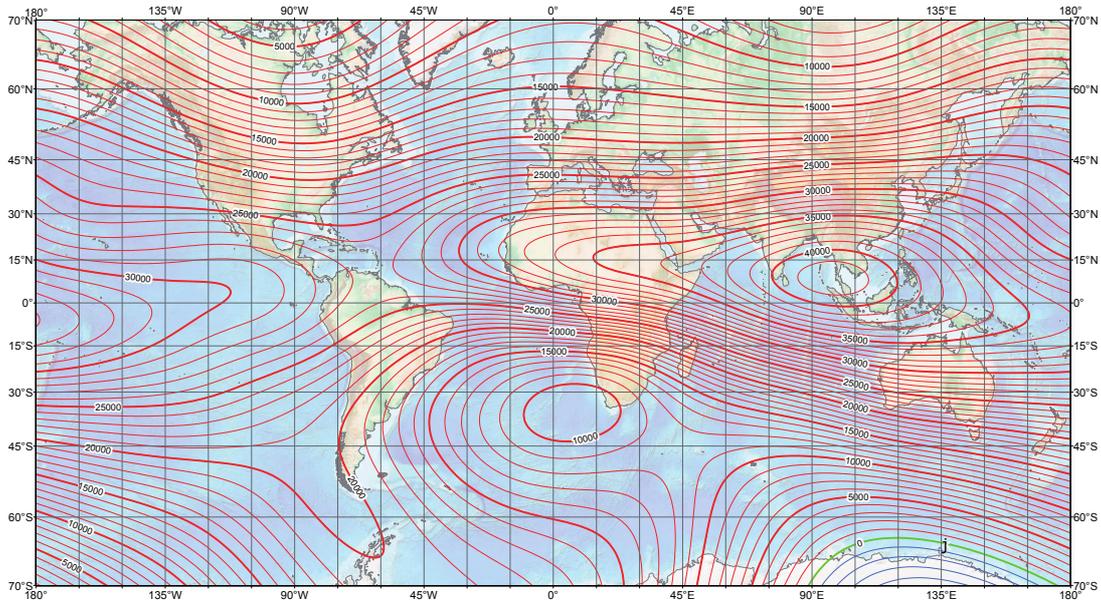
und der Betrag des Magnetfeldes B durch:

$$B = \frac{1}{\sqrt{2a}} \sqrt{\left(\frac{U_x}{\omega_x}\right)^2 + \left(\frac{U_y}{\omega_y}\right)^2 + \left(\frac{U_z}{\omega_z}\right)^2} \quad (1.8)$$

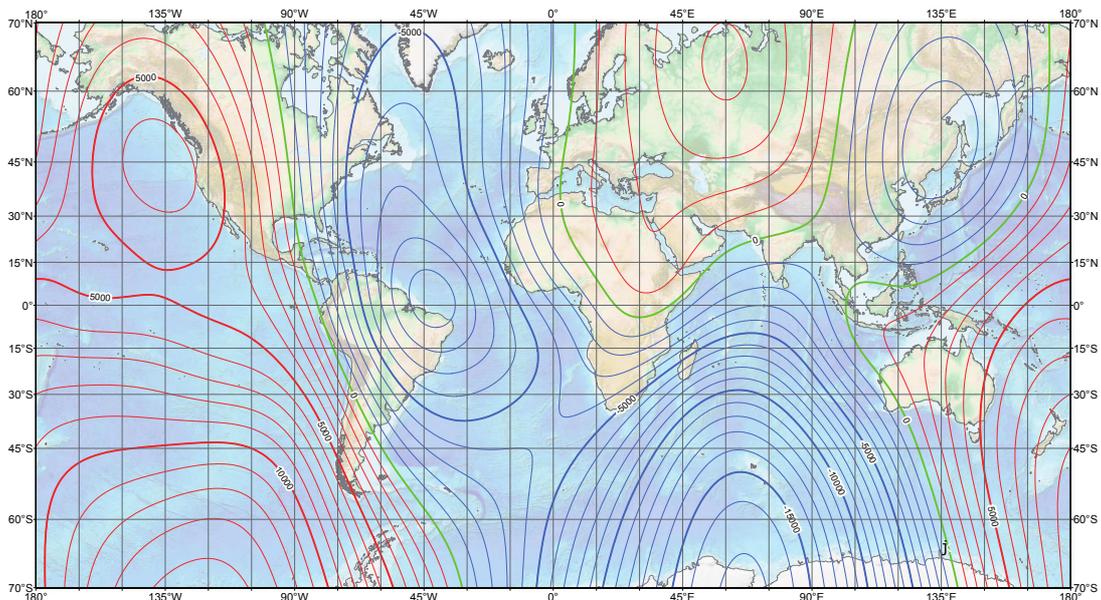
Mit den ähnlichen Überlegungen findet sich für den Inklinationswinkel:

$$\vartheta = \arctan \left(\sqrt{\frac{\left(\frac{U_x}{\omega_x}\right)^2 + \left(\frac{U_y}{\omega_y}\right)^2 - \left(\frac{U_z}{\omega_z}\right)^2}{2\left(\frac{U_z}{\omega_z}\right)^2}} \right) \quad (1.9)$$

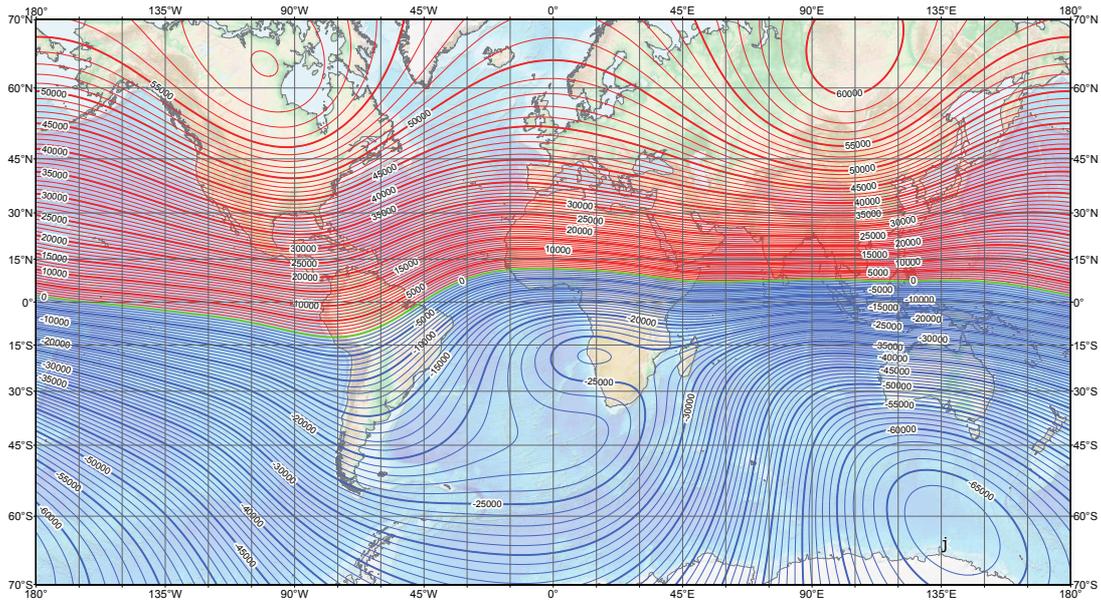
Abbildung 1.2 zeigt die weltweite Verteilung der Magnetfeld-Komponenten in 1000nT-Schritten für das Jahr 2010.



(a) Verteilung der x-Komponente des Erdmagnetfeldes



(b) Verteilung der y-Komponente des Erdmagnetfeldes



(c) Verteilung der z-Komponente des Erdmagnetfeldes

Abbildung 1.3: X-Komponente (a) Y-Komponente (b) und Z-Komponente (c) des Erdmagnetfeldes in nT. (Quelle: <http://www.ngdc.noaa.gov>)

1.3 Experiment

1.3.1 Versuchszubehör

Komponente	Anzahl
Helmholtz Spule ($N=320$, $\varnothing=13.5\text{cm}$)	2
Experimentiermotor	1
Steuer- und Regelgerät zum Experimentiermotor	1
Digitalmultimeter	1
Sensor CASSY	1
μV -Box	1
Windows-PC	1
Experimentierkabel 32 A, 200 cm, rot	1
Experimentierkabel 32 A, 200 cm, blau	1

1.3.2 Versuchsaufbau und Justage

- Verwickle das rote und das blaue Kabel eng miteinander.
- Befestige die Helmholtz-Spule im Experimentiermotor und schliesse die Kabel gemäss Abbildung 1.4 an.
- Stelle die Geschwindigkeit des Experimentiermotors auf null.
- Starte den Motor und drehe vorsichtig ganz langsam die Geschwindigkeit hoch, bis er etwa 0.3 Umdrehungen pro Sekunde erreicht hat. Führe dabei von Hand die beiden Experimentierkabel so, dass sie sich um die Spulenachse wickeln, und sie sich nicht am Aufbau verheddern.

- Sobald die Kabel vollständig um die Achse der Spule gewickelt sind, wird der Motor durch Drehen der Richtungstaste in die mittlere Position gestoppt.
- Die Geschwindigkeit des Motors sollte nun nicht mehr geändert werden. Durch Drehen desselben Knopfes in die andere Richtung kann der Drehsinn des Motors geändert werden, um das Kabel wieder abzuwickeln.

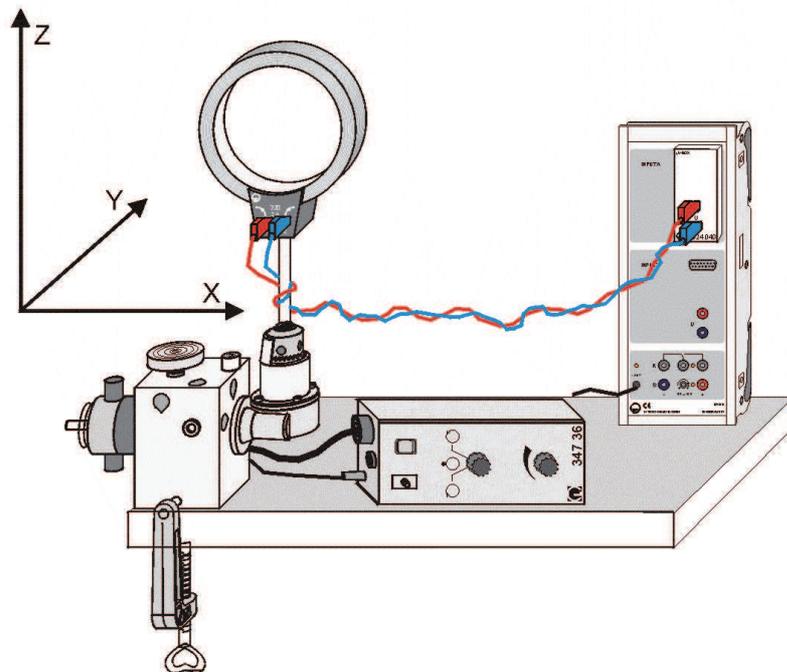


Abbildung 1.4: Schematischer Versuchsaufbau.

1.3.3 Durchführung

- Starte den Windows-PC.
- Starte das Programm CASSY Lab 2 durch Doppelklick auf das Symbol auf dem Desktop.
- Klicke im erscheinenden Menu auf Schliessen.
- Lade anschliessend die Datei IIE3_Erdmagnetfeld von der Festplatte, indem Du die F3-Taste drückst und sie auf dem Laufwerk L: im Verzeichnis L: ap Messdaten II_E_5_Erdmagnetfeld auswählst.
- Klicke im erscheinenden Menu auf Schliessen .
- Positioniere die Spule gemäss Abbildung 1.4 in z-Richtung.
- Starte das Experiment zur Messung der induzierten Spannung als Funktion der Zeit durch Drücken der F9-Taste und bestätige anschliessend durch Klicken auf die Yes-Taste.
- Starte nun den Motor. Die Messung stoppt automatisch nach 20s.

- Schalte den Motor unbedingt nach der Messung aus. Kehre die Drehrichtung des Motors um und lasse ihn so lange laufen, bis wieder der Ausgangszustand erreicht ist.
- Führe nun einen Fit der gemessenen Kurve durch, indem Du ALT+F drückst.
- Wähle im Menu die Funktion $f(x, A, B, C, D) = A \cdot \sin(360 \cdot B \cdot x + C)$ aus und initialisiere die Parameter so gut wie möglich.
- Klicke auf Weiter mit Bereich markieren und wähle einen möglichst grossen, aber trotzdem möglichst regelmässigen Bereich aus, indem Du per Mausclick den Beginn der Kurve markierst und dann mit gedrückter Taste den Bereich nach rechts auswählst.
- Füge der Darstellung die Ergebnisse der Fit-Parameter hinzu, indem Du ALT-T drückst und auf OK klickst.
- Die gefittete Kurve kannst Du nun farblich hervorheben, indem Du oben rechts im Menu Einstellungen unter Standard die Spannungskurve anklickst und dann bei Stil die Farbe der Auswertung anpasst.
- Speichere das Bild und wiederhole die Messung viermal mit derselben Winkelgeschwindigkeit.
- Drehe die Spulenachse in y-Richtung und wiederhole die Messung.
- Drehe nun den Motor um 90° , so dass die Messung mit der Spulenachse in x-Richtung wiederholt werden kann.

1.3.4 Aufgaben zur Auswertung

- Leite Gleichungen (1.7),(1.8),(1.9) her.
- Bilde die Mittelwerte sowie die Standardabweichungen der Messgrössen.
- Bestimme die Komponenten B_x, B_y, B_z , die Horizontalkomponente sowie den Betrag B des Erdmagnetfeldes.
- Bestimme den Inklinationwinkel θ des Erdmagnetfeldes.
- Vergleiche Deine Werte mit denen aus den internationalen Daten der Abbildungen 1.2 und 1.3. Was fällt Dir dabei auf?

1.4 Literatur

- J. D. Jackson, "*Classical Electrodynamics*", Third Edition, John Wiley & Sons, Inc.
- D. Meschede, "*Gerthsen Physik*", Springer Verlag, Heidelberg