

IIA1

Modul Atom-/Kernphysik

Balmer-Serie

Die Balmerlinien in den Spektren von Wasserstoff waren, zu einer Zeit, als man noch nicht einmal wusste, dass das Atom aus einem Kern und Elektronen bestand, eine der ersten Beobachtungen, die sich mit der klassischen Physik nicht erklären liessen. In diesem Experiment können nun mit einer Gasentladungsröhre diese Balmerlinien durch Beugung an einem Gitter erzeugt und ihre Wellenlängen berechnet werden.

Versuch IIA1 - Balmer-Serie

Die Balmerlinien in den Spektren von Wasserstoff waren, zu einer Zeit, als man noch nicht einmal wusste, dass das Atom aus einem Kern und Elektronen bestand, eine der ersten Beobachtungen, die sich mit der klassischen Physik nicht erklären liessen. In diesem Experiment können nun mit einer Gasentladungsröhre diese Balmerlinien durch Beugung an einem Gitter erzeugt und ihre Wellenlängen berechnet werden.

1.1 Fragen zur Vorbereitung

- Erkläre den Versuch in eigenen Worten.
- Wie kommt die Interferenz am Gitter zustande?
- Was passiert, wenn schräg einfallende Strahlen durch eine Linse gebündelt werden?

1.2 Theorie

1.2.1 Entdeckungen in der 2. Hälfte des 19. Jahrhunderts

Astronomen und Physiker beobachteten schon vor mehr als hundert Jahren Sternspektren resp. Absorptions- und Emissionsspektren von verschiedenen gasförmigen Stoffen. Zur allgemeinen Überraschung waren die Spektren nicht kontinuierlich, sondern wiesen dunkle Absorptions- oder helle Emissions-Linien auf (siehe Abbildung 1.1). Als kontinuierlich bezeichnet man ein Spektrum dann, wenn, vereinfacht ausgedrückt, eine Farbe in die andere übergeht, ohne dass Lücken zwischen ihnen sind. Das von Wassertropfen aufgespaltene Sonnenlicht eines Regenbogens erscheint (wegen der schlechten Auflösung) als kontinuierlich. Im Gegensatz zu solchen kontinuierlichen Spektren gibt es auch solche, die nur aus einzelnen Linien bei ganz bestimmten Farben bestehen. Das Muster dieser Linien kann äusserst kompliziert (z.B. das sog. Fraunhoferspektrum der Sonne) oder auch relativ einfach (wie z.B. das Spektrum von Wasserstoff) sein. Über den Ursprung dieser Linien war damals nichts bekannt und sie bildeten ein Rätsel. Einige Sterne hatten Spektren, die identisch waren mit den Absorptionsspektren von Wasserstoff und 1885 stellte Balmer eine empirische Formel auf, um die Frequenzen dieser Linien zu berechnen:

$$\nu_m = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \lambda_m = \frac{c}{\nu_m} \quad (1.1)$$

wobei $m \geq 3$ und R eine Konstante ist (Rydbergfrequenz). Diese Formel beschreibt für $m = 3, 4, \dots$ eine regelmässige Serie von Linien bei den Frequenzen ν_m (resp. den Wellenlängen λ_m), die unter dem Namen Balmer-Serie bekannt ist. Es ist allgemein üblich, die Linien folgendermassen zu bezeichnen: H_α ($m = 3$), H_β ($m = 4$), etc.

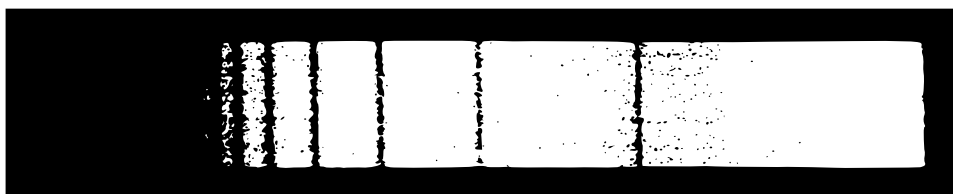


Abbildung 1.1: Aufnahme mit dem 60cm-Schmittspiegel der Sternwarte der Universität Basel in Metzerlen. Das Bild zeigt das Spektrum von α Lyrae (Vega, im Sternbild der Leier). Es besteht aus sehr intensiven Wasserstoff-Absorptionslinien. Die Linie ganz rechts ist die H_δ -Linie. $H_{\alpha,\beta,\gamma}$ kann man nicht sehen, denn das Spektrum bricht auf der rechten Seite abrupt ab (die Empfindlichkeit der Photoemulsion ist limitiert).

1.2.2 Entwicklungen am Anfang des 20. Jahrhunderts

Der Photoeffekt

Mit dem Photoeffekt (er wurde 1905 von Einstein erklärt) liess sich eindrücklich zeigen, dass Strahlungsenergie gequantelt ist und folgender Zusammenhang gilt:

$$E = h\nu \quad (1.2)$$

Dabei ist h das Planck'sche Wirkungsquantum, ν die Frequenz der Strahlung und E die Energie des Lichtquantens, des Photons. (Die Versuchsanordnung zum Photoeffekt liegt links nebenan).

Halbklassische Betrachtung: das Bohr'sche Atommodell

In der klassischen Betrachtungsweise kann sich ein Elektron im elektrischen Feld eines Kernes auf Bahnen mit beliebigen Radien bewegen (genauer: Ellipsen mit beliebigen Halbachsen). Diese Bahn hängt nur von der kinetischen Energie des Elektrons ab. Analog zum Satelliten der die Erde umkreist, würde das Elektron auf jener Bahn umlaufen, auf der sich die radial nach aussen gerichtete Zentrifugalkraft und die radial nach innen gerichtete Anziehungskraft (Coulombkraft, beim Satelliten die Gravitationskraft) aufheben (siehe Abbildung 1.2).

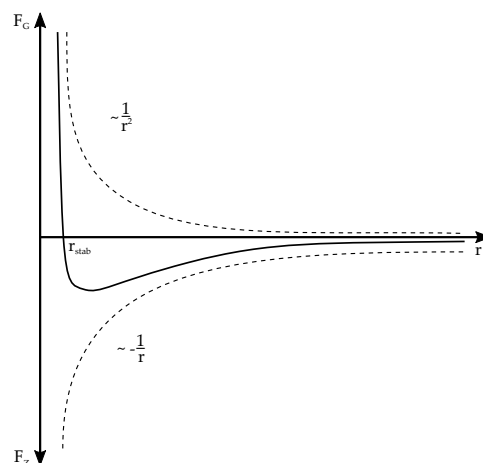


Abbildung 1.2: In der Graphik sind die beiden am Elektron angreifenden Kräfte (gestrichelte Linien) und ihre Summe (durchgezogene Linie) aufgetragen. F_Z ist von der Geschwindigkeit des Elektrons abhängig und es gibt nur einen Punkt und somit nur einen Bahnradius r_{stab} für den die Kräfte im Gleichgewicht sind, d.h. ihre Summe gleich null ist.

Dieses Modell ist aber problematisch. Aus der Elektrodynamik weiss man, dass beschleunigte Ladungen Energie abstrahlen (die Kreisbewegung ist eine beschleunigte Bewegung). Demnach würde es keine stabilen Atome geben, denn durch den stetigen Energieverlust würde das Elektron früher oder später in den Kern stürzen, so wie auch Satelliten wegen dem Energieverlust durch die Reibung an der in der Höhe ihrer Bahn befindlichen Restatmosphäre schliesslich zur Erde stürzen. Als Ausweg aus diesem Dilemma stellte Niels Bohr 1913 eine Reihe von Postulaten auf. Aus diesen Postulaten folgen einige Verhaltensweisen der Elektronen:

- Die Elektronen laufen auf bestimmten, diskreten Bahnen um den Kern (d.h. es ist nicht mehr jeder beliebige Radius erlaubt).

- Es gibt eine Grundzustandsenergie, d.h. es gibt einen Zustand mit minimaler Energie. Obwohl das Elektron immer noch eine beschleunigte Bewegung ausführt, strahlt es keine Energie mehr ab und stürzt so nicht mehr in den Kern. Der Grundzustand ist stabil.
- Elektronen, die sich in höher angeregten Zuständen befinden, können durch Emission eines Photons in tiefere Zustände gelangen.

Die Energieniveaus von wasserstoffähnlichen Atomen (Atome mit beliebiger Kernladung Ze und einem Elektron, z.B. H , He^+ , Li^{2+} , etc.) kann man mit Hilfe der Bohr'schen Postulate folgendermassen schreiben:

$$E_n = -\frac{1}{2}M\alpha^2c^2\frac{Z^2}{n^2} \quad \text{oder} \quad E_n = \frac{E_1}{n^2} \quad (1.3)$$

Dabei ist:

- M = Masse des Elektrons
- c = Lichtgeschwindigkeit
- n = $1, 2, 3, \dots$
- α = $\frac{e^2}{\hbar c}$ Feinstrukturkonstante

E_1 ($n = 1$) ist die Grundzustandsenergie. Für Wasserstoff ($Z = 1$) ist sie gleich -13.6 eV . Die Energieniveaus lassen sich in einem sogenannten Termschema darstellen (Abbildung 1.3). Die Grundzustandsenergie ist negativ, denn man muss die Energie $E = E_1$ aufwenden um das Elektron vollständig vom Kern zu trennen, d.h. das Atom zu ionisieren.

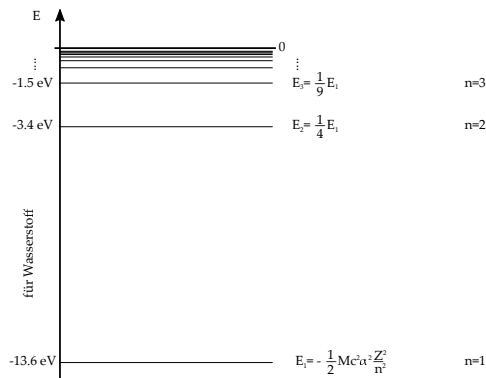


Abbildung 1.3: Termschema, die waagrechten Linien kennzeichnen die möglichen Energien des Elektrons.

Anstelle des Termschemas kann man auch die Bohr'schen Bahnen des Elektrons betrachten (Abbildung 1.4), denn die beiden Darstellungen sind gleichwertig. Das Termschema ist abstrakt, die Bohr'schen Radien eher veranschaulichend. Allerdings lassen sich die meisten physikalischen Eigenschaften eines Atoms nur in einem Termschema sinnvoll darstellen (wie zeichnest Du z.B. die Bohr'schen Bahnen zu $n = 5000$ und $n = 1$ in ein Bild?). Für den Zusammenhang zwischen dem Radius einer Bohr'schen Bahn und n gilt $r_n \sim n^2$.

Übergänge können nur zwischen den einzelnen Energieniveaus oder eben von einer Bahn zur anderen erfolgen. Bildlich gesprochen springt dabei das Elektron von der einen Bahn zur anderen und ändert dabei seine Energie ebenfalls sprunghaft (Abbildung 1.5,1.6). Für die Energie eines beliebigen solchen Überganges gilt:

$$\Delta E = E_i - E_f \quad (1.4)$$

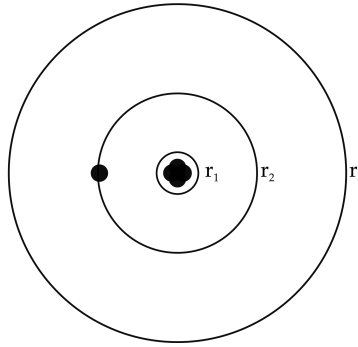


Abbildung 1.4: Bohr'sches Atommodell - das eingezeichnete Elektron befindet sich im ersten angeregten Zustand ($n = 2$).

E_i bezeichnet die Energie des Elektrons vor dem Übergang, E_f diejenige nach dem Übergang. Die Quantenzahl des Anfangszustandes sei n , die des Endzustandes m . Dann kann man ΔE schreiben als (jetzt nur für Wasserstoff, also $Z = 1$):

$$\Delta E = \left(-\frac{1}{2} \frac{M\alpha^2 c^2}{n^2} \right) - \left(-\frac{1}{2} \frac{M\alpha^2 c^2}{m^2} \right) \quad (1.5)$$

$$= -\frac{1}{2} M\alpha^2 c^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (1.6)$$

Ist der Anfangszustand von höherer Energie als der Endzustand ($n > m$), dann wird $\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ im obigen Ausdruck negativ und damit ΔE positiv. Es wird Energie frei, d.h. so ein Übergang kann spontan unter Emission eines Photons der Energie $E_\nu = \Delta E = -\frac{1}{2} M\alpha^2 c^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ erfolgen. Die Gesamtheit solcher Übergänge zwischen allen möglichen Kombinationen von n und m (wobei aber immer $n > m$ gilt) bezeichnet man als Emissionsspektrum und dieses ist charakteristisch für eine Atom- oder Molekülsorte (die in diesem Versuch erzeugten Linien stellen den sichtbaren Teil des Emissionsspektrums von Wasserstoff dar).

Ist der Endzustand von höherer Energie als der Anfangszustand ($m > n$), dann wird $\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ positiv und damit ΔE negativ. Um diesen Übergang zu ermöglichen, muss dem Elektron Energie zugeführt werden, das Atom muss, wie man sagt, angeregt werden. Diese Anregung kann durch ein Photon erfolgen. Die Energie des Photons muss aber genau "passen", d.h. $E_\nu = \Delta E = \frac{1}{2} M\alpha^2 c^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$. Diesen Vorgang bezeichnet man als Absorption. Bei Durchstrahlung eines Gases mit weißem Licht (d.h. einem Gemisch aus allen Wellenlängen) entstehen so die ebenso typischen Absorptionsspektren, bei der die Atome oder Moleküle des Gases nur die jeweils passenden Photonen "geschluckt" haben. Abbildung 1.1 zeigt so ein Absorptionsspektrum. Beachte, dass die Linien gegen links (analog den Energieniveaus im Termschema) immer enger werden. Die Absorptionslinien liegen selbstverständlich bei den gleichen Wellenlängen wie die Emissionslinien. Die Balmerformel gibt also die Frequenzen (oder Wellenlängen) an, bei der in Wasserstoff Absorption oder Emission möglich sind (Abbildung 1.7). Sie bezieht sich nicht auf positive oder negative Energie und ist deshalb für beide Vorgänge anwendbar. Wie schon oben beschrieben, liegen die Linien für Emission und Absorption an der gleichen Stelle, es handelt sich nur jeweils um den umgekehrten Prozess. In der Balmerformel steht nur eine Variable (m), n ist konstant gleich 2. Damit ist sie anwendbar entweder auf Emissionsprozesse mit Endzustand $n = 2$ (erster angeregter Zustand) oder Absorptionsprozesse aus dem bereits angeregtem Zustand $n = 2$. Zusätzlich gilt noch für die

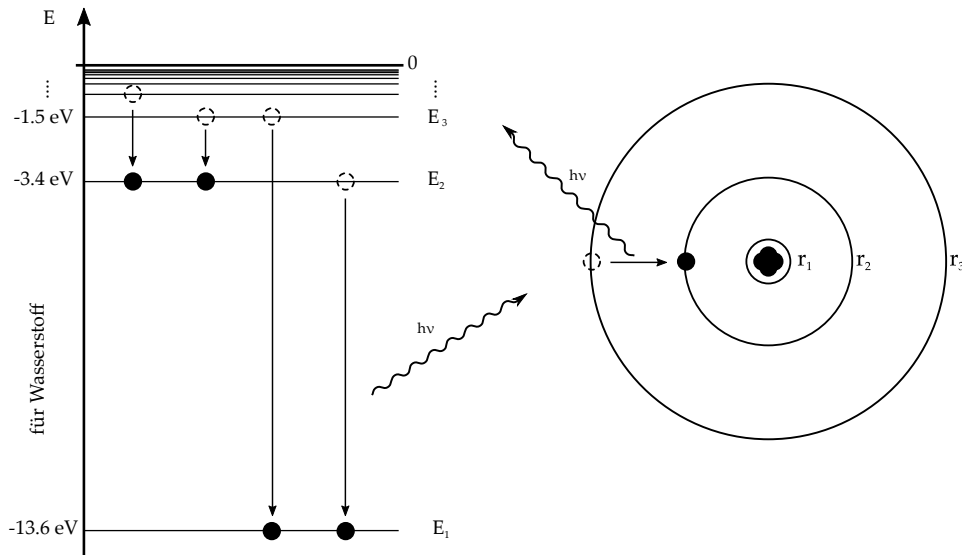


Abbildung 1.5: Emissionsprozesse, das Elektron "fällt" sozusagen von einer höheren Bahn auf eine tiefere. Dabei wird Energie frei. Aus dieser freigewordenen Energie wird ein Photon gebildet welches emittiert wird (im Termschema sind 4 verschiedene Möglichkeiten, bei den Bohr'schen Bahnen nur eine eingezeichnet, es gibt aber unendlich viele.

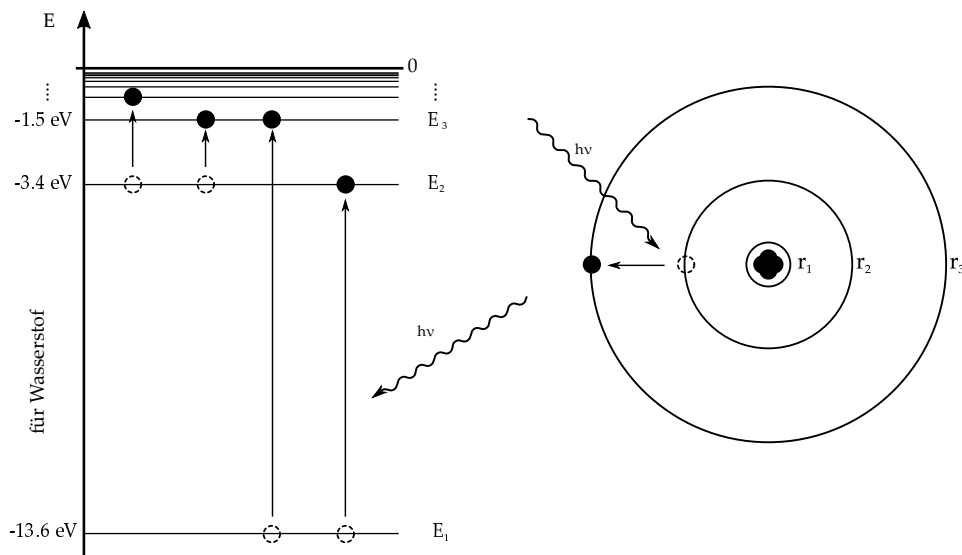


Abbildung 1.6: Absorptionsprozesse, das Photon kann nur dann "geschluckt" werden, wenn seine Energie genau passt ($E = \Delta E$). Dabei wird dem Elektron Energie zugeführt, es springt auf eine höhere Bahn.

Rydbergfrequenz:

$$\begin{aligned}
 hv_m = \Delta E &\Rightarrow hR \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \right) = \frac{1}{2} M \alpha^2 c^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \right) \\
 hR &= \frac{1}{2} M \alpha^2 c^2 & (1.7) \\
 R &= \frac{M \alpha^2 c^2}{2h}
 \end{aligned}$$

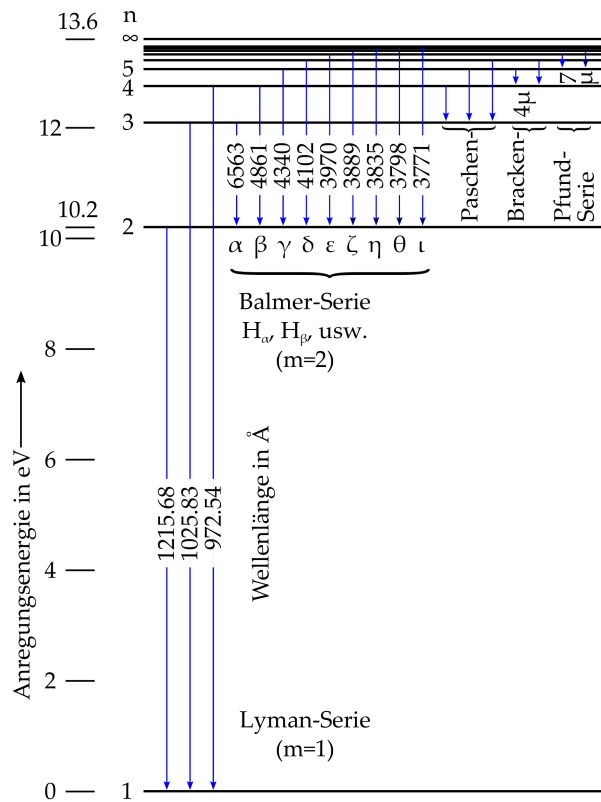


Abbildung 1.7: Übergänge im Wasserstoffspektrum.

1.2.3 Spektralanalyse mit einem Gitterspektrometer

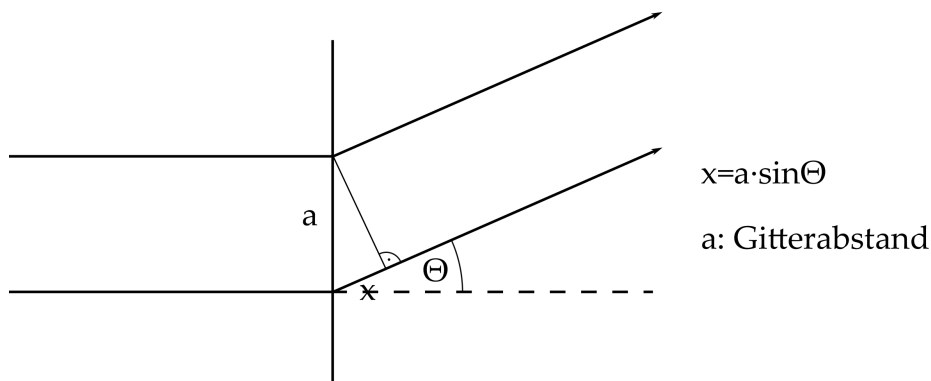


Abbildung 1.8: Interferenzbedingung an einem Gitter.

Damit es zur konstruktiven Interferenz kommt, muss der Gangunterschied x ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge betragen (Abbildung 1.8):

$$a \sin(\theta) = n\lambda \quad (1.8)$$

Beim vorliegenden Experiment kann man auf dem Schirm die 0. ($n = 0$) und 1. ($n = 1$) Ordnung der Interferenz betrachten. Je nach Wellenlänge des Lichtes (es lassen sich 3 oder 4 Farben beobachten) ist der Abstand der 1. Ordnung von der 0. Ordnung verschieden.

1.3 Experiment

1.3.1 Versuchszubehör

Komponente	Anzahl
Optische Bank	1
Balmerlampe	1
Linse ($f = 50mm$)	1
Linse ($f = 100mm$)	2
Blende 1.5mm	1
Gitter mit ca. 600 Linien/mm	1
Durchscheinender Schirm	1
UV-Schutzbrillen	2

1.3.2 Versuchsaufbau und Justage

Zuerst einige allgemeine Hinweise zur Funktionsweise der Balmerlampe:

- Die Balmerlampe ist eine mit Wechselstrom betriebene Gasentladungsröhre mit Wasserdampf-füllung. Die abgeschmolzene Röhre wird durch eine an hygroskopischer Grundlage gebundenen Wasservorrat mit Wasserdampf versorgt. Die Wassermoleküle werden durch die elektrische Entladung in atomaren Wasserstoff und eine Hydroxylgruppe aufgespalten. Eine hochtemperaturbeständige Kapillare im Inneren der Lampe zwingt die Entladung auf einen engen Raum, so dass dort eine hohe Konzentration an atomaren Wasserstoff entsteht. Dieser atomare Wasserstoff ist für die intensiven Balmer-Spektrallinien verantwortlich. Eine oxidierende Substanz, unterstützt von geeigneten Katalysatoren, sorgt dafür, dass während des Betriebes gebildeter Wasserstoff zu Wasser oxidiert wird, so dass ein Wasserkreislauf im Inneren der Röhre stattfindet.
- Für ein stabiles Brennen der Balmer-Lampe ist eine bestimmte Betriebstemperatur erforderlich (ca. $55^{\circ}C$, gemessen am Aluminiumsockel). Bei zu niedriger Temperatur (direkt nach dem Einschalten) können Entladungen ausserhalb der Kapillare auftreten, was zu einem flackernden Betrieb der Lampe führt. Stabile Entladungsbedingungen werden nach ca. 10 bis 15 Minuten erreicht.
- Wird die Temperatur der Lampe zu hoch (grösser als ca. $70^{\circ}C$ am Aluminiumsockel), kann sie bei längerer Betriebszeit unter Umständen erlöschen. In diesem Fall lässt sich die Lampe wieder einschalten, nachdem sie sich abgekühlt hat.
- Wenn nach längerer Betriebsdauer die heisse Balmerlampe nach Aus- und sofortigem Wiedereinschalten nicht zündet, muss mit dem Einschalten der Lampe so lange gewartet werden, bis sie sich wieder abgekühlt hat.
- Da die Balmerlampe auch im ultravioletten Bereich leuchtet, muss eine UV-Schutzbrillen getragen werden

Baue nun auf der optischen Bank die untenstehende Anordnung auf:

1. Fokussiere das Licht der Lampe mit der Linse L_1 ($f = 50mm$) auf den Spalt
2. Erzeuge mit der Linse L_2 ($f = 100mm$) ein paralleles Lichtbündel welches auf das Gitter fällt

3. Mit der Linse L_3 ($f = 100\text{mm}$) soll das Interferenzbild scharf auf den Schirm abgebildet werden
4. Durch justieren der Linsen kann das Linienmuster auf dem Schirm weiter fokussiert werden

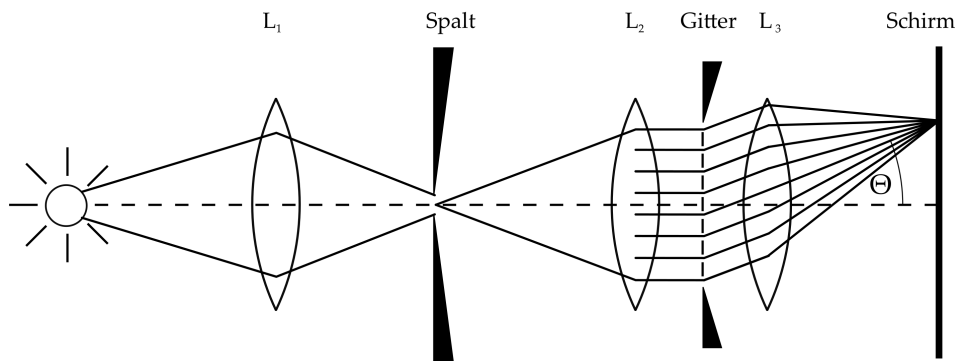


Abbildung 1.9: Versuchsaufbau.

1.3.3 Durchführung & Aufgaben zur Auswertung

1. Überlege Dir während dem Aufbauen, welche Abstände der Linsen zum Spalt und dem Gitter Du wählen solltest. Wieso wird das Licht der Lampe zuerst auf den Spalt fokussiert und nicht direkt auf das Gitter gelenkt? Beziehungsweise was bezweckt man mit dem Spalt und den Linsen L_1 und L_2 ?
2. Auf dem Schirm erkennt man die 0. und 1. Interferenzordnung. Miss den Abstand der 1. Ordnung von der 0. und berechne damit die Wellenlänge der verschiedenen sichtbaren Linien (Wellenlängen gibt man meist in nm (10^{-9}m) oder in \AA (10^{-10}m) an).
3. Berechne mit der Balmerformel (1.1) die theoretischen Wellenlängen der verschiedenen Linien und vergleiche mit Deinen Resultaten ($R = 3.29 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$).
4. Schätze bei Deiner Messung die Ungenauigkeiten aller zur Berechnung benötigten Messgrößen ab und mache eine Fehlerrechnung.
5. Überlege welchen Einfluss die Tatsache hat, dass die Brennebene der letzten Linse eigentlich keine Ebene sondern eine Kugelfläche ist. Wie kann man diesen Effekt korrigieren?
6. Wie Du im Termschema (Abbildung 1.3) sehen kannst, ist die Balmer-Serie nur eine der möglichen Serien von Wasserstoff. Wieso kannst Du auf dem Schirm z.B. die Lyman- oder Paschen-Serie nicht beobachten?

Welle-Teilchen-Dualismus und Bohr'sche Bahnen

Der Wellen-Teilchen-Dualismus besagt, dass man das Elektron sowohl als Welle, wie auch als Teilchen betrachten kann. Im Wellenbild kann man nun eine Erklärung für die einzelnen Bohr'schen Bahnen geben. 1924 ordnete *deBroglie* einem Teilchen mit dem Impuls p eine Wellenlänge λ zu:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (\text{A.9})$$

Für die Bohr'schen Bahnen gilt nun einerseits der gewöhnliche klassische Drehimpuls

$$L = mvr_n \quad (\text{A.10})$$

andererseits aus den Bohr'schen Postulaten die Quantisierung dieses Drehimpulses

$$L = n\hbar \quad (\text{A.11})$$

Mit $p = mv$ gilt damit

$$pr_n = n\hbar \Rightarrow \begin{aligned} \frac{h}{\lambda}r_n &= n\hbar \\ \frac{h}{\lambda}r_n &= n\frac{h}{2\pi} \\ 2\pi r_n &= n\lambda \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$2\pi r_n$ ist aber genau die Länge der n -ten Bahn und diese ist nach obiger Rechnung ein ganzzahliges Vielfaches von λ . Damit sind die Bohr'schen Bahnen genau diejenigen, für die sich eine stehende Elektronenwelle ausbilden kann (Abbildung A.10).

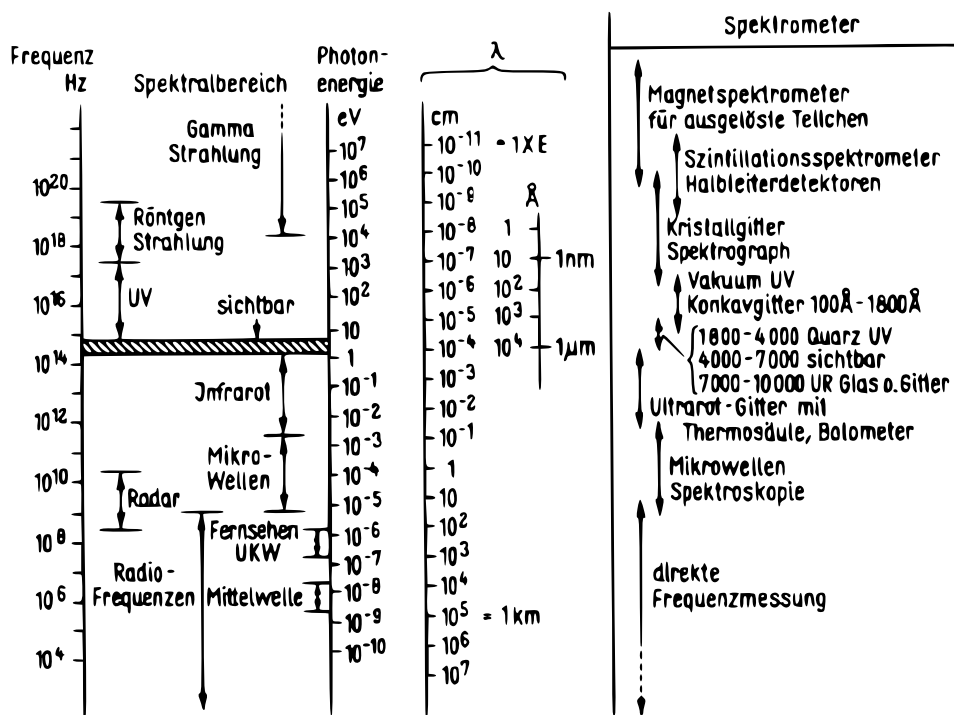


Abbildung A.10: Das Frequenzspektrum der elektromagnetischen Wellen.