IE4

Modul Elektrizitätslehre

Spezifische Ladung des Elektrons

Ziel dieses Versuchs ist es, aus der Ablenkung eines Elektronenstrahls in einem homogenen Magnetfeld die spezifische Ladung des Elektrons zu bestimmen. Das homogene Magnetfeld wird in diesem Versuch mittels einer speziellen Anordnung von Spulen erzeugt. Sie sind unter dem Namen HELMHOLTZ–Spulen bekannt.

Versuch IE4 - Spezifische Ladung des Elektrons

Ziel dieses Versuchs ist es, aus der Ablenkung eines Elektronenstrahls in einem homogenen Magnetfeld die spezifische Ladung des Elektrons zu bestimmen. Das homogene Magnetfeld wird in diesem Versuch mittels einer speziellen Anordnung von Spulen erzeugt. Sie sind unter dem Namen HELMHOLTZ–Spulen bekannt.

1.1 Fragen zur Vorbereitung

Prinzipiell sollten alle Studenten, welche diesen Versuch durchführen, sowohl mit den Grundlagen der Elektrostatik, als auch mit denen der Magnetostatik vertraut sein. Im Folgenden wird eine Liste von charakteristischen Fragen bzw. Themen wiedergegeben, welche typisch sind für die Elektro-/Magnetostatik. Das sichere Beantworten dieser Fragen/Beherrschen dieser Themengebiete stellt die Minimalanforderung für ein erfolgreiches Testat dieses Versuches dar. Es wird jedoch allen Studenten empfohlen, sich anhand der in dieser Anleitungen angegebenen Literatur ein tieferes Verständnis zu erarbeiten, sofern Du noch nicht mit der Thematik vertraut bist.

- Elektrische Ladung ist der Ursprung des elek. Feldes, wodurch werden jedoch magnetische Felder erzeugt?
- Wie sieht das magnetische Feld eines Strom durchflossenen Leiters aus? Wie kann man dieses berechnen?
- Wie kann man aus einem Strom durchflossenen Leiter eine Spule bauen, wie sie im Versuch verwendet wird?
- Wie wird ein geladenes Teilchen in einem homogenen Magnetfeld abgelenkt, wenn sich das Teilchen beim Eintritt in das Feld parallel/senkrecht zu den Feldlinien bewegte?
- Wie ist die Naturkonstante μ_0 definiert?
- Wie ist der gewichtete Mittelwert definiert und wie die dort verwendeten Gewichte?
- Nenne einen vernünftiger Wert für den systematischen Fehler des Radius der Elektronenbahn.
- Leite mit Hilfe der Angaben im Theorie-Abschnitt die Formel zur Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons ab.
- Recherchiere den Literaturwert für die spezifische Ladung des Elektrons.
- In dieses Experiment werdet ein elektrisches und ein magnetisches Feld benutzt um Elektronen zu lenken. Können Sie andere Experimente nennen die auch dieses Prinzip verwenden?

1.2 Theorie

Als LORENTZ–Kraft bezeichnet man diejenige Kraft, welche auf eine Ladung wirkt, sobald sich diese in einem magnetischen - oder elektrischen Feld bewegt. Es gilt:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} + q \cdot \vec{E} \tag{1.1}$$

Hier q ist hier die Ladung des Elektrons, B das Magnetfeld, v die Geschwindigkeit, und E das elektrische Feld. Vor allem in älteren Lehrwerken wird oftmals noch nur der Term $q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ als LORENTZ–Kraft bezeichnet, wohingegen der zweite Term in der obigen Gleichung dann als Coulomb-Kraft bezeichnet wird.
Stellen wir uns nun ein kartesisches Koordinatensystem vor, dessen z-Achse parallel zu einem homogenen Magnetfeld $\vec{B}$ verlaufen soll. Wir betrachten ein Elektron, welches sich parallel zur x-Achse bewegt. Dabei ist hervorzuheben, dass hier nur konstante Geschwindigkeiten $\vec{v}$ in Betracht gezogen werden, d.h. die Bewegung ist gleichförmig. Im homogenen Magnetfeld

wirkt auf dieses Elektron die oben bereits eingeführte LORENTZ–Kraft. Diese Kraft steht sowohl auf $\vec{v}$ wie auch auf $\vec{B}$ senkrecht, weist also in die y-Richtung. Folglich wird diese Kraft an dem Elektron keine Arbeit verrichten. Das Einzige, was diese Kraft bewirkt, ist das Elektron auf eine Kreisbahn zu zwingen.
Es stellt sich die Frage, ob man anhand dieses Sachverhalts (siehe Abb. 1.1) auf die Ladung q des Elektrons schliessen kann, oder nicht? Wir betrachten den besonders einfachen Fall, dass $\vec{v}$ und $\vec{B}$ senkrecht zueinander stehen. Da das Elektron unter dem Einfluss der LORENTZ–Kraft eine Kreisbahn beschreibt, muss diese Kraft gerade gleich der Zentripetalkraft $\vec{Z}$ einer Kreisbewegung sein. Wenn wir dann mit m die Masse des Elektrons bezeichnen, so erhalten wir folgende Gleichung

$$\left|\vec{Z}\right| = \left|\vec{F}\right|$$

$$\frac{m \cdot |\vec{v}|^2}{r} = q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}|$$

$$r = \frac{m \cdot |\vec{v}|}{q \cdot |\vec{B}|}$$

,

wobei r den Radius der Kreisbahn bezeichnet.

Nun benötigen wir noch die Geschwindigkeit $\vec{v}$ des Elektrons. In unserem Fall genügt es, ihren Betrag, im folgenden mit $v = |\vec{v}|$ bezeichnet, zu kennen. Nun werden die Elektronen aber thermisch aus einer Heizkathode gelöst und mittels eines elektrischen Feldes $\vec{E}$ der Spannung U in einem WEHNELT-Zylinder beschleunigt.
Das bedeutet, dass wir die kinetische Energie der Elektronen im Metallfaden durch Erwärmen so lange erhöhen, bis sie aus dem Draht austreten. Danach legen wir ein elektrisches Feld an. Entlang dieses Feldes werden die Elektronen beschleunigt.
Wir können also den Energieerhaltungssatz anwenden und die kinetische Energie des Elektrons der elektrischen Energie gleichsetzen. Dabei vernachlässigen wir natürlich relativistische Effekte, was aber in unserem Fall, da wir mit kleinen Geschwindigkeiten im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit arbeiten, vollkommen problemlos ist.

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = q \cdot U$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U}{m}}$$

Zuletzt benötigen wir noch das Magnetfeld der HELMHOLTZspulen (siehe Abb.1.1). Es handelt sich dabei um eine besondere Geometrie der Spulen, die den Zweck erfüllt, zwischen den Spulen ein nahezu homogenes Feld zu erzeugen .
Im Anhang findet sich eine detaillierte Ableitung dieser Grösse. An dieser Stelle sei nur das Ergebnis angegeben:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{R}$$

Durch Einsetzen der Formel für B und v kann man also auf den Quotienten q/m schliessen, welcher als spezifische Ladung des Elektrons bezeichnet wird.
Es zeigt sich also, dass mit diesem Experiment lediglich bei Kenntnis der Masse m des Elektrons auf die Elementarladung q geschlossen werden kann. Zwar ist aus Experimenten der

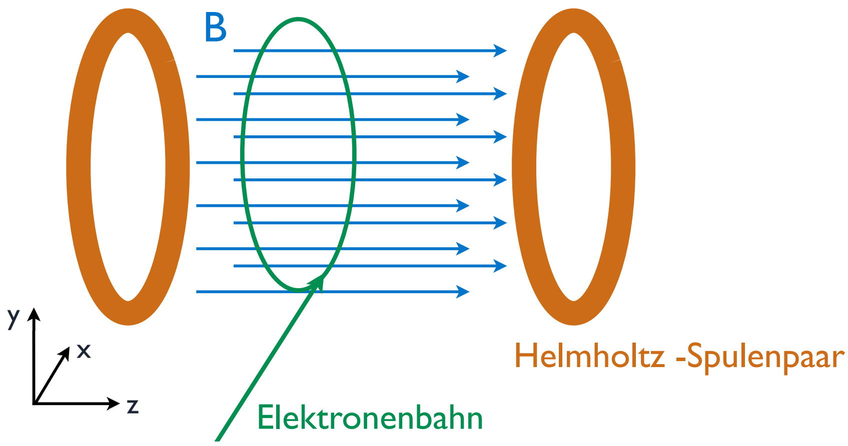

Abbildung 1.1: Anordnung des HELMHOLTZ–Spulenpaares

Teilchenphysik die Masse des Elektrons wohl bekannt und somit wäre man problemlos in der Lage hiermit die Elementarladung zu berechnen, aus didaktischen Gründen wollen wir jedoch dem historischen Vorbild folgen und im vorliegenden Experiment die spezifische Ladung des Elektrons bestimmen.

1.3 Experiment

Du wirst das Experiment im nicht verkabelten Zustand vorfinden. Deine erste experimentelle Aufgabe besteht darin, den Versuch korrekt zu verkabeln und die von Dir vorgenommene Verkabelung einem Assistenten zur Kontrolle zu präsentieren. Erst nach Bestätigung durch einen Assistenten kannst Du mit dem Experiment fortfahren. Überprüfe anhand unten stehender Tabelle die Vollständigkeit des Versuches.

1.3.1 Versuchszubehör

Komponente	Anzahl
evakuierter Glaskolben mit WEHNELT–Zylinder und Glühkathode	1
Massstab	1
Netzgerät mit Messgeräten	1
Paar Helmholtzspulen ($r = 15\ cm$) mit je $N = 125$ Windungen	1

1.3.2 Durchführung des Versuchs

Damit der Versuchsanordnung ein langes Leben beschieden ist, sollten folgende Regeln beachtet werden:

- Inbetriebnahme:

  1. Alle Knöpfe ganz nach links (AUS) drehen.

2. Spannungsquelle einschalten.
3. Heizstrom ist nun eingeschaltet auf 1 A. Ca. 5 min. warten.
4. Den 'V' Knopf von der Stromquelle ganz nach rechts drehen und einschalten. So ist sie im 'constant current mode'.

- Während des Betriebs:

1. Durch Variation von der Fokussierung und Anodenspannung lässt sich der Strahl optimieren.
2. Nach dem man einen Strahl sieht kann der Magnetstrom geregelt werden, bis man eine Kreisbahn sieht.

- Ausschalten:

1. Alle Knöpfe nach links (AUS) drehen.
2. Spannungsquelle AUS.
3. Stromquelle AUS.
4. Stecke sämtliche Kabel wieder aus und versetzte das Experiment in den Ausgangszustand.
5. Nach Durchführung des Versuchs sind die Messwerte und der Arbeitsplatz dem zuständigen Assistenten vorzuzeigen.

Das Experiment besteht aus einem evakuierten Glaskolben, der zwischen zwei HELMHOLTZ-Spulen befestigt ist. In diesem Glaskolben befindet sich ein WEHNELT–Zylinder mit einer Heizkathode. Diese emittiert thermische Elektronen, welche in dem Zylinder mit variabler Spannung beschleunigt werden.
Das Magnetfeld zwingt die Elektronen nun auf eine Kreisbahn. Um das ganze sichtbar zu machen, wurde in den evakuierten Glaskolben eine geringe Menge eines Edelgases gefüllt. Stossen die Elektronen mit den Gasatomen zusammen, so geben sie einen Teil ihrer Bewegungsenergie an das Atom ab und hinterlassen das Atom in einem angeregten Zustand. Diesen Zustand höherer Energie wird das Elektron durch Abgabe von Licht verlassen und wieder in den energetisch günstigeren Grundzustand übergehen. Durch dieses Leuchten können wir die Kreisbahn der Elektronen sichtbar machen.

1.3.3 Aufgaben

1. Untersuche die Bahnradien r in Abhängigkeit von Beschleunigungsspannung U und Magnetfeld $\vec{B}$. Führe dazu zwei Messungen durch:
   - Halte die Spannung U konstant und miss den Radius r als Funktion des Stromes I, resp. des Magnetfeldes $\vec{B}$ (mind. 15 Messwerte!)
   - Halte den Strom I, resp. das Magnetfeld $\vec{B}$, konstant und miss den Radius r als Funktion der Spannung U (mind. 15 Messwerte!)
2. Bestimme die spezifische Ladung des Elektrons q/m aus Deinen Messungen. Es ist selbstverständlich eine vollständige Fehleranalyse durchzuführen. Im Anhang befindet sich eine Kalibrationsmessung der Spule. Aus der dort gefitteten Funktion kann für jeden Wert des Stroms I das entsprechende Magnetfeld B berechnet werden.
   Ist es sinnvoll in diesem Versuch einen gewichteten Mittelwert zu berechnen? Falls ja, so tue dies. Vergleiche Dein Endresultat mit dem Literaturwert. Ist der Literaturwert in

den Fehlergrenzen Deines Endresultates enthalten?
Welches sind die wesentlichen Messunsicherheiten im Versuch? Wodurch könnten diese optimiert werden?
Trage für beide Messmethoden die erhaltenen Datenpunkte in einem Graphen auf (d.h. $r(U)$ und $r(I)$) und vergleiche deren funktionelle Abhängigkeit mit den theoretischen Erwartungen.

Literatur

- Demtröder Band 2 - *Elektrizität und Optik*, 6.Auflage: Kapitel 2, Abschnitt 3.2 und 3.3
- *Gerthsen Physik*, 22. Auflage oder neuer: Kapitel 6, Elektromagnetismus, Abschnitte 6.1, 6.8 und 6.9
- Nolting Band 3 - *Elektrodynamik*, 8. Auflage: Kapitel 3, Abschnitt 3.2.1

Appendix

A.1 Das Magnetfeld eines HELMHOLTZ–Spulenpaares

Bei dieser Anordnung, handelt es sich um ein Paar symmetrisch angeordneter Spulen, durch deren Geometrie das Magnetfeld in der Ebene mitten zwischen den Spulen nahezu homogen ist. Dabei schickt man durch beide Spulen den gleichen Strom I in gleicher Richtung.
Die Spulen sollen den Radius R und die Windungszahl N haben. Sie sind selbst im Abstand R zueinander angeordnet.
Um das Magnetfeld $\vec{B}$ dieser Anordnung zu bestimmen, müssen wir zunächst das Magnetfeld einer flachen Kreisspule berechnen (siehe dazu Abb. A.2). Hier findet das BIOT–SAVART–Gesetz Anwendung. Es lässt sich einfach durch die Formel

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \int_L \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

ausdrücken. $d\vec{s}$ ist hier ein Stück des Leiters, $\vec{r}$ der Ortsvektor, der das Leiterstück und den Aufpunkt verbindet, I der Strom, der den Leiter durchfliesst und μ_0 die Permeabilität, eine Proportionalitätskonstante. Die Integration läuft entlang des Leiters.
In unserem Fall ist das Feld auf der Spulenachse von Interesse und $\vec{r}$ damit konstant. Weiter ist klar, dass sich auf der Spulenachse alle Komponenten senkrecht zu dieser gegenseitig eliminieren. Wir haben also nur Komponenten entlang der Spulenachse.
Sei φ der Winkel zwischen Achse und Magnetfeld. Dann lässt sich das Integral wie folgt schreiben:

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \int_L \frac{ds \cdot r}{r^3} \cdot \sin\varphi$$

,

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2} \cdot \frac{R^2}{r^3} \cdot N$$

. Wobei wir hier stillschweigend die Vektoren durch ihre Beträge ersetzt haben und $\sin\varphi = R/r$ und $\int ds = 2\pi \cdot R$ eingesetzt haben.
Bleibt nur noch dieses Ergebnis auf das Spulenpaar anzuwenden. Wir berechnen das Magnetfeld im Spulenzentrum. Hier ist der Abstand r gegeben durch:

$$r = \sqrt{R^2 + R^2/4} = \sqrt{\frac{5}{4}} \cdot R.$$

Setzen wir dies oben ein und beachten, dass wir über zwei Spulen verfügen, das Magnetfeld also verdoppeln müssen, so erhalten wir für das Magnetfeld der HELMHOLTZ–Spulen ein Feld von:

$$\boxed{B_H = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{R}}$$

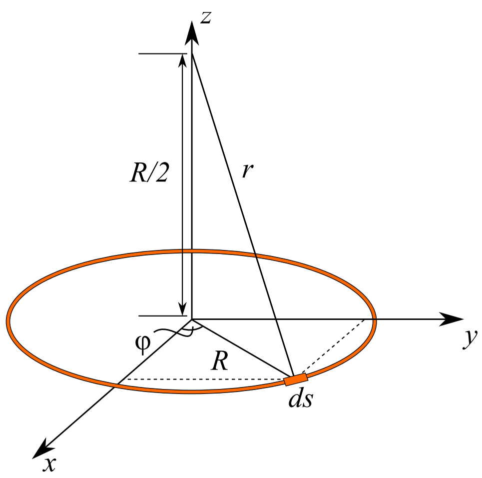

Abbildung A.2: Skizze zur Veranschaulichung der obigen Herleitung. Hierbei bezeichnet ds das Wegelement entlang welchem zu integrieren ist, der Radius der Spule wird mit R bezeichnet und φ ist die Bezeichnung des Winkels. Für die Berechnung des Magnetfeldes der Leiterschleife werden Zylinderkoordinaten verwendet, d.h es ist über z, R und φ zu integrieren.

A.2 Abbildung des Versuchsaufbaus und dessen Verkabelung

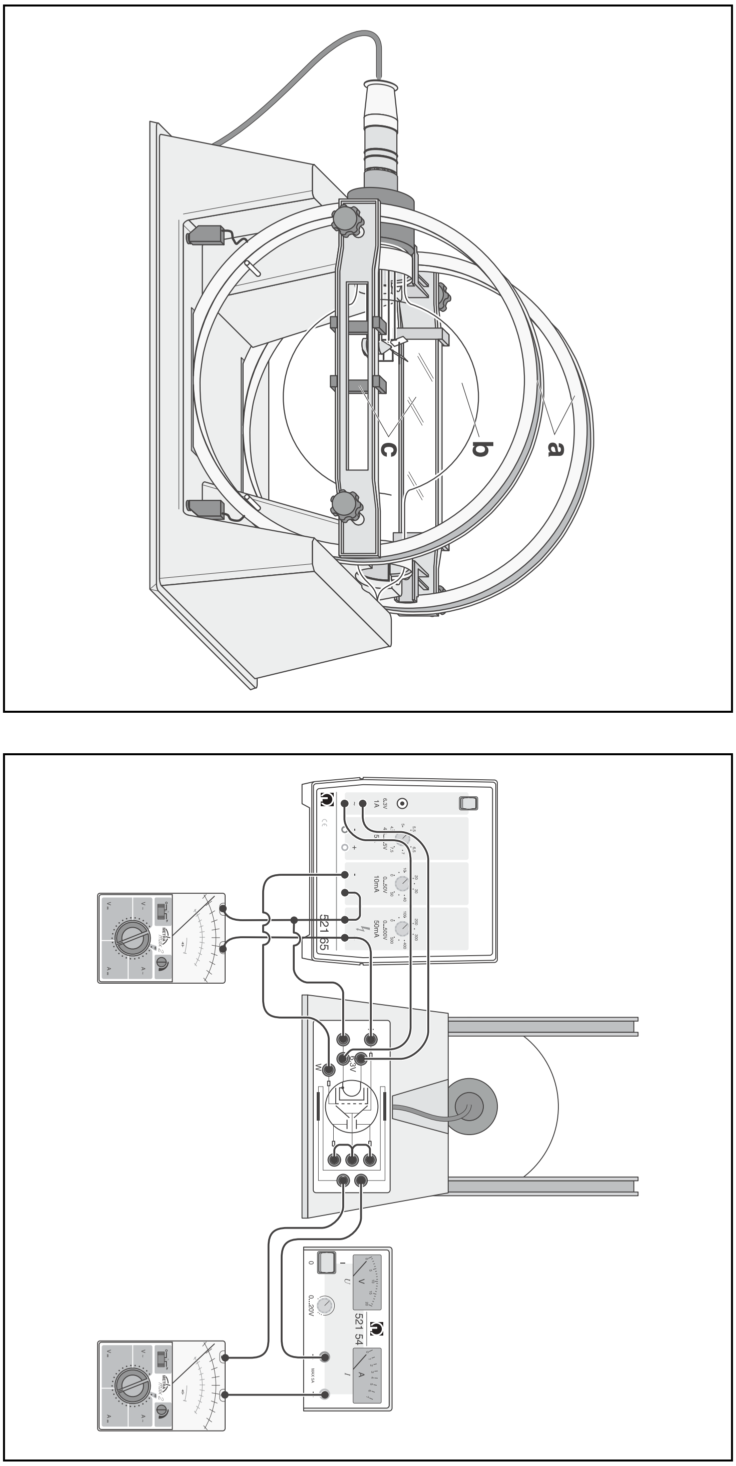

Abbildung A.3: Versuchsapparatur und deren korrekte Verkabelung

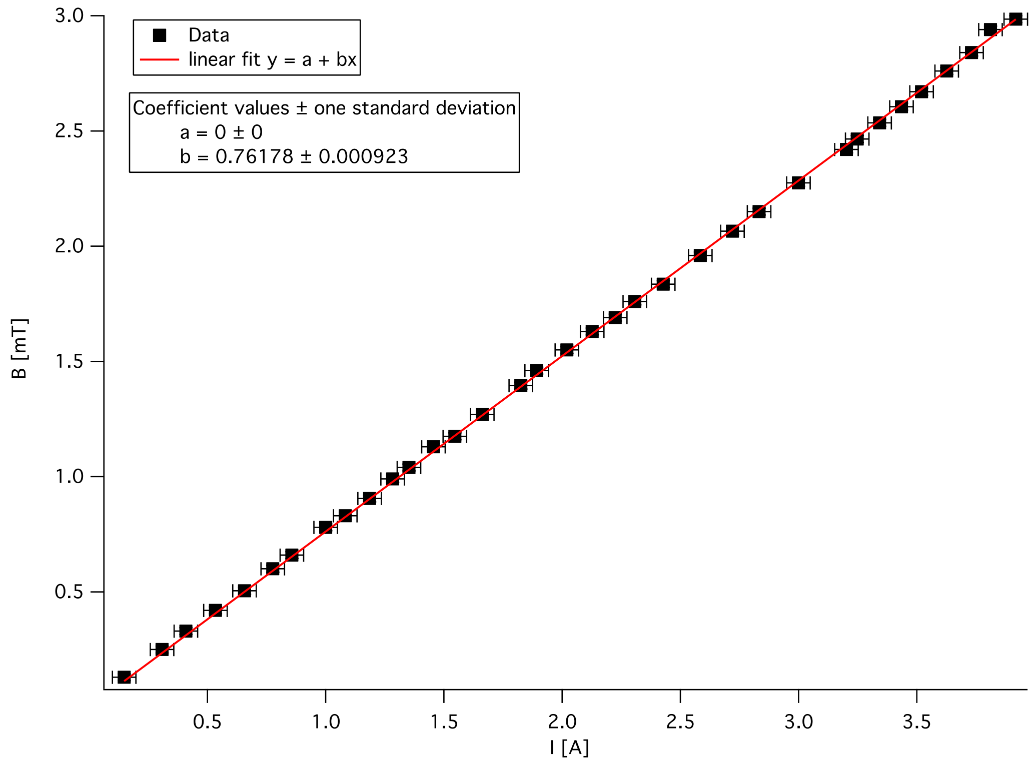

Abbildung A.4: Messdaten und linearer Fit zur Kalibrierung des magnetischen Feldes des Helmholtz-Spulenpaars. Mit Hilfe der angegebenen Steigung kann aus den gemessenen Werten des Stromes, das entsprechende magnetische Feld berechnet werden.