IE3

Modul Elektrizitätslehre

Induktion

In diesem Experiment wird das Phänomen der Induktion untersucht. Bei der Induktion handelt es sich um einen der faszinierendsten Effekte der Elektrizitätslehre. Die Induktion ist nicht nur von enormen Interesse, weil nur mit ihre Hilfe der Übergang von Elektrostatik zur Elektrodynamik und somit dem Phänomen der elektromagnetischen Strahlung untersucht werden kann, sondern auch aufgrund der grossen technischen Bedeutung dieses Phänomens.

Versuch IE3 - Induktion

In diesem Experiment wird das Phänomen der Induktion untersucht. Bei der Induktion handelt es sich um einen der faszinierendsten Effekte der Elektrizitätslehre. Die Induktion ist nicht nur von enormen Interesse, weil nur mit ihre Hilfe der Übergang von Elektrostatik zur Elektrodynamik und somit dem Phänomen der elektromagnetischen Strahlung untersucht werden kann, sondern auch aufgrund der grossen technischen Bedeutung dieses Phänomens.

1.1 Fragen zur Vorbereitung

- Wie lautet das Induktionsgesetzt nach Faraday?
- Was versteht man unter dem Begriff magnetischer Fluss und von welchen Grössen hängt dieser in der Regel ab. Welche Einheit besitzt der magnetische Fluss?
- Was besagt die Lenz'sche Regel? Welches fundamentale Prinzip der Natur liegt dieser Regel zugrunde?
- Recherchiere 5 technische Anwendungen, welchen der Effekt der Induktion zugrunde liegt.
- Falls nötig wiederhole Deine grundlegenden Kenntnisse bezgl. der Differentiation (Ableitung) von Funktionen einer Variablen, sowie die zugehörigen Rechenregeln (Produkt- und Kettenregel.)
- Was versteht man unter einem partiellen Differential und was unter einem totalen Differential?

1.2 Theorie

1.2.1 Die elektromagnetische Induktion

Um das Phänomen der Induktion zu verstehen, ist es von grosser Hilfe, eine neue physikalische Grösse einzuführen, welche zuvor noch nicht verwendet wurde. Dazu betrachten wir eine gewöhnliche Leiterschleife, durch welche ein stationärer elektrischer Strom fliessen soll. Bekantermassen bedingt dieser stationäre Strom einer Magnetische Flussdichte B, welche oft der Einfachheit halber als Magnetfeld bezeichnet wird. Die Richtung und den Betrag dieser magnetischen Flussdichte lässt sich mit Hilfe des Gesetzes von BIOT-SAVART berechnen und gestaltet sich für dieses Beispiel wie in Abbildung 1.1 dargestellt.
Die betrachtete Leiterschleife umschliesst eine Fläche A. Die nun einzuführende physikalische Grösse ist definiert als das Produkt aus dieser Fläche A und der Flussdichte B, welche die Schleife durchströmt - diese Grösse nennt man MAGNETISCHER FLUSS:

$$\Phi = B \cdot A \tag{1.1}$$

Die zugehörige physikalische Einheit ist das Weber, geschrieben 1 Wb. Hierbei ist zu beachten, dass diese Formulierung ein Spezialfall ist für den Fall, dass B senkrecht auf A steht. Im Allgemeinen muss jedoch über die entsprechende Fläche integriert werden, es gilt dann[1]

$$\Phi = \int_A \vec{B}\, d\vec{A} \tag{1.2}$$

Des Weiteren wollen wir uns an dieser Stelle auf stationäre Ströme beschränken, d.h. der Strom durch die betrachtete Leiterschleife ist keine Funktion der Zeit und somit ist auch die resultierende magnetische Flussdichte B keine Funktion der Zeit. Alternativ kann man auch davon ausgehen, dass die magnetische Flussdichte von Permanentmagneten herführt und somit kein Strom in der Leiterschleife erforderlich ist - genau dies wird im Experiment auch der Fall sein. Jedoch wollen wir nun annehmen, dass die von der Leiterschleife umschlossene

[1] Es handelt sich hierbei um ein sogenanntes Flächenintegral, welches Du im Laufe Deiner Vorlesungen in Mathematik näher kennenlernen wirst.

Fläche nicht konstant ist, sondern als Funktion der Zeit variiert. Daraus resultiert dann aber auch eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses.

$$\frac{d\Phi}{dt} = -B \cdot \frac{dA}{dt} = -B \cdot \left(\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} \right) = -B \cdot y \cdot \frac{\partial x}{\partial t} \tag{1.3}$$

Hierbei wurde eine rechteckige Leiterschleife der Fläche $A = x \cdot y$ zugrunde gelegt und die Verformung bzw. Bewegung soll nur in die x-Richtung erfolgen. Dabei wird angenommen, dass sich die Fläche A dabei verringert, daher das negative Vorzeichen.

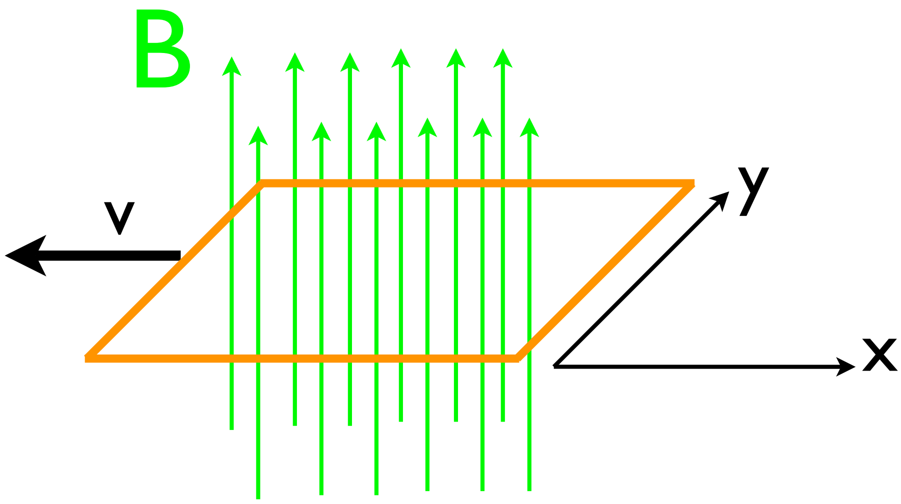

Abbildung 1.1: Exemplarische Darstellung einer rechteckigen Leiterschleife, welche von der magnetischen Flussdichte B durchdrungen wird. Durch Bewegen der Leiterschleife in -x-Richtung wird die von B durchdrungene Fläche verkleinert.

Betrachten wir nun konkret den bereits oben angesprochenen Fall, dass die magnetische Flussdichte von einem Permanentmagneten erzeugt wird und kein Strom in der Leiterschleife fliesst. In diesem Fall kann auch eine offene Leiterschleife verwendet werden. Die Elektronen in der Leiterschleife bewegen sich zusammen mit der Schleife selbst in Richtung der -x-Achse. Die Elektronen bewegen sich somit durch das B-Feld und somit wirkt auf sie eine Lorentz-Kraft. Aufgrund dieser Lorentz-Kraft verschieben sich die Elektronen in der Leiterschleife so lange, bis sich ein elektrisches Gegenfeld aufgebaut hat, welches die Lorentz-Kraft kompensiert. An den Enden der Leiterschleife lässt sich nun eine Spannung abgreifen, die so genannte INDUKTIONSSPANNUNG.
Aus zahlreichen Experimenten der Art, wie sie bereits Faraday durchführte, ist bekannt, dass diese INDUKTIONSSPANNUNG proportional zur Änderung des MAGNETISCHEN FLUSSES ist:

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{1.4}$$

Dem Vorzeichen kommt hier eine besondere Bedeutung zu, denn die Induktionsspannung muss gemäss der LENZ'SCHEN REGEL der Induktionsursache entgegenwirken. Die ist von enormer Bedeutung, da andernfalls die Energieerhaltung nicht gegeben ist.
Für das hier betrachtete Beispiel ergibt sich durch Einsetzen von Gleichung 1.3 in Gleichung 1.4:

$$U_{ind} = B \cdot y \cdot v \tag{1.5}$$

Dies ist die Spezialform der Induktionsspannung, wie sie in diesem Experiment verwendet werden kann. Eine etwas allgemeinere Behandlung kann dem Anhang dieser Anleitung entnommen, bzw. in der angegebenen Literatur nachgelesen werden.

1.3 Experiment

In diesem Experiment werden Leiterschleifen unterschiedlicher Breite auf einem Schlitten montiert, welcher mit Hilfe eines Motors bewegt werden kann. Permanentmagneten unter diesem Schlitten stellen die benötigte magnetische Flussdichte zur Verfügung. Im Experiment kann die Geschwindigkeit, mit welcher der Schlitten gezogen wird, variiert werden. Jedoch findet keine absolute Messung dieser Geschwindigkeit statt, vielmehr kann mit einer Kupplung, bei konstanter Drehzahl des Motors, die Geschwindigkeit im Verhältnis 1:2:4 variiert werden.
Die Stärke der magnetischen Flussdichte kann ebenfalls variiert werden, nämlich durch die Anzahl der verwendeten Permanentmagneten, welche an der Apparatur befestigt werden.

1.3.1 Versuchszubehör

Komponente	Anzahl
Induktionsgerät mit Leiterschleife	1
Magnete	12
Motor	1
Steuer- und Regelgerät	1
Mikrovoltmeter	1

1.3.2 Versuchsaufbau und Justage

Zunächst muss der Aufbau mit der entsprechenden Anzahl an Magneten bestückt werden. Am Induktionsgerät findet sich eine Beschriftung, welche angibt an welcher Stelle die Magnete zu positionieren sind (für die Konfigurationen mit n=2,3,4,5,6) Paare von Magneten. Achte darauf, die Magnete alle mit derselben Polung einzubauen.
Kontrolliere ob der Motor und die Reglungseinheit korrekt mit einander verbunden und an das Stromnetz angeschlossen sind.

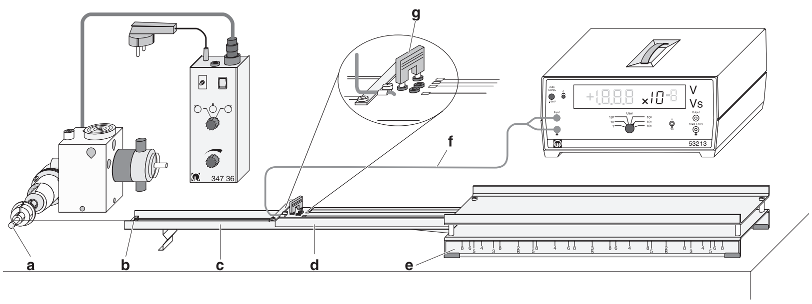

Abbildung 1.2: Exemplarischer Versuchsaufbau mit a) Schlitz an der Kupplung, in welchem der Faden einzufädeln ist. b)Endanschlag des Schlittens. c) Führungsschiene. d) Schlitten. e) Position der einzubauenden Magnete. f) Abgeschirmtes Kabel g) Brückenstecker

Weiterhin sollte kontrolliert werden, ob die dafür vorgesehene Schnur sowohl am Schlitten als auch am Motor korrekt befestigt ist. Vor Beginn des Experiments solltest Du den Aufbau nochmals von einem Assistenten kontrollieren lassen.

1.3.3 Versuchsdurchführung

- **Messung von U_{ind} als Funktion der Geschwindigkeit:** Diese Messung wird mit sechs Paaren von Permanentmagneten durchgeführt. Stecke den Brückenstecker ein, so dass die breiteste Leiterschleife (y=4cm) zum Einsatz kommt. Wähle nun den kleinsten Achsendurchmesser an der Kupplung des Experimentiermotors. Reguliere die Drehzahl des Motors, so dass die Induktionsspannung am Mikrovoltmeter ca. 50 μV beträgt (der Verstärkungsfaktor/gain sollte entsprechen der zu erwartenden Spannung gewählt werden). Stelle den Motor ab, jedoch ohne die Drehzahl zu verändern! Fahre den Schlitten in die Ausgangsposition zurück und wiederhole und miss nun die exakte Induktionsspannung. Diese Messung ist 10 mal zu wieder holen und anschliessend sind Mittelwert und Standardabweichung zu berechnen. Wiederhole diese Messreihe für den mittleren und den grössten Achsendurchmesser.

- **Messung von U_{ind} als Funktion der Breite der y Leiterschleife:** Wiederhole die oben beschriebene Messung für die beiden anderen verfügbaren Breiten der Leiterschleife, stecke dazu den Brückenstecker entsprechend um. (y=2,8 cm bzw. 2 cm, auch hier sind jeweils 10 Messwerte aufzunehmen)

- **Messung von U_{ind} als Funktion der magnetischen Flussdichte B:** Verwende die breiteste Leiterschleife mit y=4cm und den grössten Achsendurchmesser. Miss nun die Induktionsspannung als Funktion der Anzahl der verwendeten Paare von Permanentmagneten n=1,2,3,4,5,6. Für jeden Wert von n ist die resultierende Induktionsspannung 5 mal zu messen. Anschliessend ist wieder Mittelwert und Standardabweichung zu berechnen.

1.3.4 Aufgaben zur Auswertung

- Stelle alle Messreihen in Graphen dar und fitte eine entsprechende Funktion an Deine Daten. Überlege Dir dazu, welche funktionelle Abhängigkeit Du gemäss der Theorie erwarten würdest. Diskutiere Deine Ergebnisse, sowie mögliche Messunsicherheiten und experimentelle als auch theoretische Fehlerquellen. Beschreibt die Theorie in der Anleitung den im Experiment betrachteten Fall tatsächlich exakt?

Literatur

- Demtröder Band 2 - *Elektrizität und Optik*, 6. Auflage: Kapitel 4 *Zeitlich veränderliche Felder*

- *Gerthsen Physik*, 22. Auflage 22 oder neuer: Abschnitt 7.4 *Induktion*

Appendix

A.1 Die Maxwellgleichungen und das Faraday'sche Induktionsgesetz

Die Gesamte Elektrodynamik inklusive der Randfälle der Elektrostatik und Magnetostatik werden durch die MAXWELL-GLEICHUNGEN beschrieben. Es handelt sich um ein System aus 4 linearen, partiellen Differentialgleichungen 1. Ordnung:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{A.6}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{A.7}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{A.8}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{A.9}$$

Die erste dieser Gleichungen repräsentiert das COULOMB'SCHE GESETZT der Elektrostatik und drückt mathematisch aus, dass die elektrischen Ladungen der Ursprung des elektrischen Feldes sind. Man sagt die elektrische Ladung ist die Quelle des elektrischen Feldes. Die zweite Gleichung ist als GAUSS'SCHES GESETZ (für Magnetfelder) bekannt. Es drückt aus, dass es keine magnetischen Monopole gibt und daher die Feldlinien des magnetischen Feldes immer geschlossen sein müssen. Man sagt die magnetische Flussdichte ist quellenfrei. Die vierte dieser Gleichungen ist das AMPÈR'SCHE GESETZ. Es besagt, dass Ströme (inklusive des Maxwell'schen Verschiebungsstroms) die Quelle magnetischer Felder bzw. der magnetischen Flussdichte sind.
Das dritte Gesetzt schliesslich, ist das in diesem Experiment behandelte FARADAY'SCHE INDUKTIONSGESETZ. Es besagt, dass eine Änderung der magnetischen Flussdichte wiederum ein elektrisches (Wirbel)Feld erzeugt. Dies mag zunächst etwas komplett anderes sein, als der im obigen Experiment besprochene Effekt, jedoch ist dies nicht der Fall. Nutzt man bestimmte Integralsätze der Mathematik (Satz von Gauss bzw. von Stokes) aus, so kann man die Maxwell-Gleichungen statt in differentieller - auch in Integralform schreiben, so auch das Induktionsgesetz.

$$\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \tag{A.10}$$

Hier erkennt man nun wieder die Gleichungen 1.4 und 1.2 aus dem Theorie-Abschnitt der Anleitung.