

IE1

Modul Elektrizitätslehre

Coulomb'sches Gesetz und ϵ_0

In diesem Experiment soll das Coulomb'sche Gesetz experimentell überprüft werden. Aus den Messungen soll weiterhin ϵ_0 - die Permittivität des Vakuums - bestimmt werden.

Versuch IE1 - Coulomb'sches Gesetz und ϵ_0

In diesem Experiment soll das Coulomb'sche Gesetz experimentell überprüft werden. Aus den Messungen soll weiterhin ϵ_0 - die Permittivität des Vakuums - bestimmt werden.

1.1 Fragen zur Vorbereitung

- Wie lautet das Coulomb'sche Gesetz? Benenne alle auftretenden Grössen.
- Was versteht man unter der Permittivität des Vakuums und welcher Zusammenhang besteht zwischen ϵ_0 , der Permeabilität des Vakuums μ_0 und der Lichtgeschwindigkeit?
- Recherchiere den Literaturwert von ϵ_0 und leite deren Einheit aus dem Coulomb'schen Gesetz ab
- Welche Eigenschaften besitzen elektrische Feldlinien, d.h welche Richtung haben sie und warum? Die Dichte der elektrischen Feldlinien ist ein Mass für welche Grösse?
- Im Coulomb'schen Gesetz tritt nur eine Probeladung, sowie die zu vermessene Ladung auf. Betrachte nun aber den Fall, dass mehrere Ladungen vorhanden sind. Wie sieht dann das Columb'sche Gesetz aus, bzw. wie wird die resultierende Kraft berechnet?
- Was versteht man unter dem Begriff Torsion?
- Denke darüber nach was geschieht wenn zwei Metallkugel zusammengeführt werden. Beschreibe für jeden der vier folgenden Fällen ob sich die Kugel an- oder abstossen oder überhaupt nichts geschieht: 1) beide Kugeln sind positive geladen; 2) eine Kugel ist positiv und eine negative geladen; 3) beide sind negative geladen; 4) eine ist positive geladen, die andere ist neutral.

1.2 Theorie

1.2.1 Einleitung

Alle in der Natur auftretenden Kräfte lassen sich auf vier Grundkräfte zurück führen, welche als die vier FUNDAMENTALEN WECHSELWIRKUNGEN DER PHYSIK bezeichnet werden. Diese vier Grundkräfte sind die Gravitation, die schwache Kernkraft, die starke Kernkraft und die elektromagnetische Kraft. Gegenstand dieses Experiments soll die elektromagnetische Kraft sein, welche im Alltag in Form von Licht, Magnetismus und Elektrizität allgegenwärtig ist. Weiterhin spielt sie eine entscheidende Rolle im Aufbau von Atomen, Molekülen und Festkörpern. Lapidar ausgedrückt ist die elektromagnetische Kraft der Grund dafür, dass Du diese Anleitung überhaupt in Händen halten kannst und Deine Hände nicht einfach durch das Papier hindurch greifen können!

1.2.2 Das Coulomb'sche Gesetz

Die elektromagnetische Kraft manifestiert sich, wie eingangs bereits erwähnt, unter anderem im Phänomen der Elektrizität. Wir wollen uns hier den Grundlagen der ELEKTROSTATIK widmen. Wir behandeln also zeitlich konstant elektrische Felder und Kräfte, welche von elektrischen Ladungen verursacht werden.

In der Natur treten zwei verschiedene Arten von elektrischen Ladungen auf, welche als positive- und negative Ladungen bezeichnet werden. Diese Ladungen üben Kräfte aufeinander aus. Gleichnamige Ladungen stossen sich ab, währen ungleichnamige Ladungen sich gegenseitig anziehen. Jedoch besagt eines der fundamentalen Prinzipien der Physik, dass elektrische Ladungen weder erzeugt noch vernichtet werden können - man spricht von der LADUNGS-ERHALTUNG.

Haben zwei elektrische Ladungen den Abstand r zu einander, so üben sie folgende Kraft auf einander aus:

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad (1.1)$$

Die Kraft ist also direkt proportional zur Grösse der Ladungen q_1 und q_2 , sowie zu r^{-2} . Man sagt auch die Kraft fällt quadratisch mit dem Abstand ab. Dabei handelt es sich um ein unterschiedenes Charakteristikum dieses Gesetzes. Weiterhin tritt der konstante Faktor $(4\pi\epsilon_0)^{-1}$ auf. ϵ_0 ist eine Naturkonstante, welche als PERMITTIVITÄT DES VAKUUMS oder ELEKTRISCHE FELDKONSTANTE bezeichnet wird¹. Somit ist das COULOMB'SCHE GESETZ vollkommen analog zum NEWTON'SCHEN GRAVITATIONSGESETZ, nur dass hier die Ladung die Rolle der Masse einnimmt und eine andere Naturkonstante als Vorfaktor auftritt!

Gleichung 1.1 gibt jedoch nur den Betrag der Kraft an, nicht jedoch die Richtung. Da eine Kraft jedoch immer eine Richtung besitzt, empfiehlt es sich das COULOMB'SCHE GESETZ in der so genannten vektoriellen Form zu schreiben:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2} \cdot \frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \quad (1.2)$$

Hier werden also explizit die Ortsvektoren \vec{r}_1 und \vec{r}_2 verwendet. Der hier neu auftretende Term $(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)/|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$ ist ein normierter Richtungsvektor und gibt die Richtung an, in welche die Kraft wirkt.

Es ist interessant zu erwähnen, dass das elektrostatische COULOMB'SCHE GESETZ analog ist zum NEWTON'SCHEN GRAVITATIONSGESETZ $F_G = Gm_1m_2/r^2$. Die elektrische Ladung übernimmt die selbe Rolle wie die zwei Massen und die Gravitationskonstante G wird vom Vorfaktor $1/(4\pi\epsilon_0)$ ersetzt.

1.2.3 Torsion

Die Torsion ist ein Phänomen der Mechanik, welches man sich in diesem Versuch zu nutze macht, um elektrische Kräfte zu messen. Sie beschreibt die Verdrehung eines Objekts und ist abhängig von der Form des Objekts, sowie von den Eigenschaften des Materials, aus welchem das zu verdrehende Objekt besteht. In diesem Experiment wird eine Torsionswaage verwendet, welche man als ein Torsionspendel auffassen kann.

Solch ein Torsionspendel kann in der Mechanik als harmonischer Oszillator behandelt werden. Sobald das Pendel wieder in Ruhelage ist kann die Rotation θ durch folgende Formel beschrieben werden:

$$\theta = \frac{F_T L}{D}, \quad (1.3)$$

mit F_T dem angewandten Drehmoment, L ist die Distanz vom Pendeldraht bis zum Zentrum der Kugel (Ball 2 in Abbildung 1.1), und D ist das intrinsische Wiederherstellungsmoment des Pendels. In diesem Versuch ist $D \approx 3 \cdot 10^{-4} Nm$. Der genaue Wert steht auf dem Fuss des Torsionspendels. Zusätzlich nehmen wir an, dass die Coulomb Kraft F_C zu 100% auf das Drehmoment wirkt d.h. $F_T = F_C$.

Wir messen die Rotation des Pendels, in dem einen Laser am Spiegel reflektieren lassen, welcher am Pendel befestigt ist. Der Laserstrahl trifft dann auf Skala, so dass wir mit einfach Trigonometrie die Änderung des Winkels berechnen können. Es gilt zu berücksichtigen, dass die Änderung des Winkels welche mit dem Laser gemessen wird dem doppelten Winkel des Torsionspendels entspricht. D.h. wenn der Laser den Winkel α misst, entspricht dies der Rotation des Pendels $\theta = \alpha/2$.

¹ $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$

1.3 Experiment

In diesem Experiment wirst Du mit Hilfe einer Torsionsdrehwaage die Kraft zwischen zwei geladenen Kugeln bestimmen, als Funktion des Abstands dieser beiden Kugel und ihrer Ladung. Aus den Messdaten kann anschliessend die Permittivität des Vakuums bestimmt werden.

Aufgrund der hohen Empfindlichkeit diese Versuchs und der nötigen Eichung der Messung, um Absolutmessungen der Kraft zu ermöglichen, ist dieser Versuch zum grössten Teil bereits fertig aufgebaut. Die Studenten sind dazu angehalten, möglichst vorsichtig und verantwortungsbewusst mit der Apparatur umzugehen. Dies gilt vor allem auch für den Betrieb der Hochspannungsquelle, welche Spannungen bis 25 kV liefert!

Beachte: Die Kugeln können ihre Ladungen sehr schnell mit variierenden Ladungsverlusten verlieren, z.B. durch die Witterungsverhältnisse. Dies verursacht Schwierigkeiten bei der Messung und führt zu Unregelmässigkeiten in den Resultaten. Es ist deshalb wichtig, die Messungen oft zu wiederholen und über die Messpunkte zu mitteln, um ein analysierbares Resultat zubekommen.

1.3.1 Versuchszubehör

Gegenstand	Anzahl
Laser	1
Netzgerät	1
Hochspannungsquelle	1
Torsionswaage	1
Elektrometer-Verstärker	1
Kugeln	3
Massstab auf Stativ	1
Stativ für Abstandsmessung	1

1.3.2 Versuchsdurchführung

- Überprüfe die Vollständigkeit (siehe 1.3.1) des Versuchs und überlege dir, wie die geladene Kugel auf dem Stativ im Bezug auf die Kugel auf der Torsionswaage positioniert werden muss, um korrekte Messungen vorzunehmen. Diskutiere diesen Gesichtspunkt gegebenenfalls mit dem zuständigen Betreuer.
- Verkable das Hochspannungsgerät und den Elektrometer-Verstärker gemäss Abbildung 1.1).
- Befülle das Glasgefäss mit Wasser und führe vorsichtig die Dämpfungsfahne (vgl: Abbildung 1.1) in das Wassergefäss ein. Stelle sicher, dass die Bewegung der Dämpfungsfahne nicht durch die Wände des Glasgefässes behindert wird. Da das Glasgefäss relativ klein ist muss die Position des Glasgefässes der Aufgabe angepasst werden.
- Mache dich damit vertraut, wie man die Kugel lädt. Stelle den Hochspannungsgenerator auf 15 kV ein. Berühre vorsichtig nacheinander jede Kugel mit dem Hochspannungsgerät und schalte den Hochspannungsgenerator wieder aus. Die Kugel dürfen sich nach dem Berühren nicht bewegen!

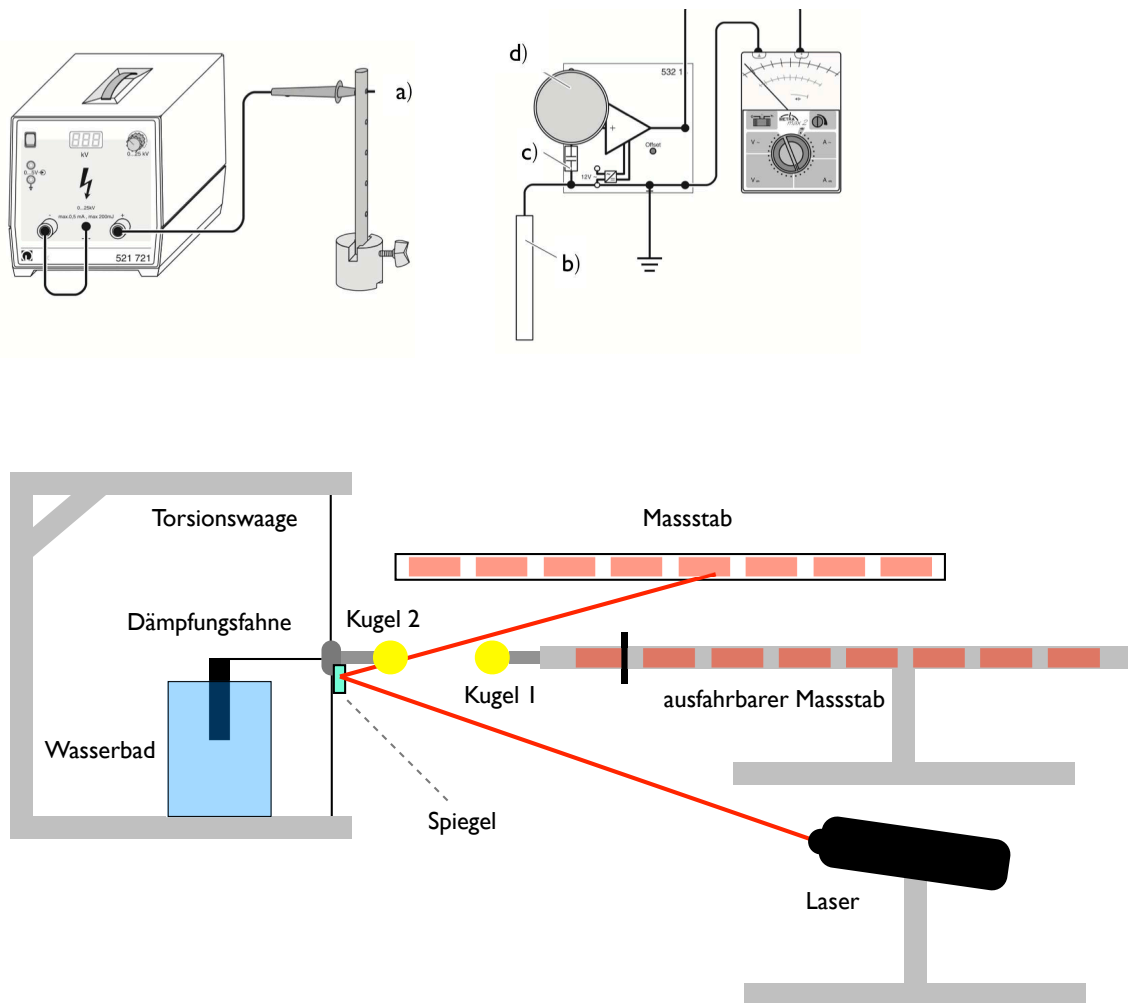


Abbildung 1.1: Auf der linken Seite dieser Abbildung ist das Hochspannungsnetzgerät und die daran angeschlossene Spitze zu erkennen, welche dazu verwendet wird, im Experiment die Kugeln 1 und 2 aufzuladen. Auf der rechten Seite ist die Elektrometer-Verstärker-Schaltung zu erkennen mit dem Faraday-Behälter d), dem Kondensator c) und dem Anschlussstab b), welcher für die Entladung der Kugel 1 bzw. der Kugel 2 verwendet werden soll. Die untere Skizze zeigt schematisch den eigentlichen Versuchsaufbau mit der Torsionswaage, den zu ladenden Kugeln, dem Laser und dem Massstab, welcher zu Messung der Auslenkung der Torsionswaage dient.

Im Prinzip sollte man für jede Kugel eine eigene Kalibration durchführen. In der Praxis können wir jedoch annehmen, dass der Kalibrationsfaktor für beide Kugel annähernd gleich ist. Es ist am einfachsten diese an Kugel 2 durchzuführen.

Wir messen die Ladung der Kugel, mit dem Elektrometer-Verstärker. Der Assistent wird dir erst vorführen wie das geht. Man berührt die Kugel mit dem Entladungsstab (siehe Abbildung 1.1) und die potentielle elektrische Energie U , welche sich als überschussladungsträger auf der Kugel befinden, wird am Multimeter angezeigt. U hängt von der Kapazität C des Verstärkerschaltkreises ab (1 nF oder 10 nF):

$$q = C \cdot U. \tag{1.4}$$

In dem du die Ladung q für verschiedene Werte V_{HV} misst, kannst du eine Kalibrationskurve konstruieren. Sinnvolle Messpunkte sind zum Beispiel (5 kV, 10 kV, 15 kV, 20 kV,

25 kV). Stelle sicher, dass du die Kugeln zwischen den Messungen entlädst. Die Kalibrierungskurve wird während des Versuchs dazu benutzt um die Ladung auf den Kugeln (q_1 und q_2) in Abhängigkeit von V_{HV} zu bestimmen.

- **Messungen in Abhängigkeit des Abstandes:** Dieser Teil des Versuchs wird einmal mit gleicher Ladung auf beiden Kugeln durchgeführt und einmal mit gleicher, aber gegenteiliger Ladung. Die stärkste Wechselwirkung zwischen den Kugeln wird mit 25 kV erzielt. Dies kann aber zu grossen induktiven Interferenzen im Messsignal führen, weshalb die Spannung angepasst werden muss.

Spiele mit der Position von Kugel 1 herum, um den Bereich der möglichen Abstände herauszufinden. Die grösste Distanz sollte etwas kürzer sein, als jene wo ein Signal gerade noch messbar ist.

Beginne bei jeder Messung mit dem Laden der Kugeln und schalte danach den Spannungsgenerator aus. Notiere dann die maximale Auslenkung des Lasers. Stelle sicher, dass du die Kugeln zwischen den Messungen entlädst.

Wiederhole deine Messungen für 8-10 verschiedene Distanzen. Wiederhole die Messung jeder Spannung 5-20 Mal, abhängig davon wie unterschiedlich die einzelnen Messungen sind. Bei der grössten Distanz sollte man gerade noch eine Interaktion zwischen den Kugeln registrieren können. Die kürzeste Distanz wird durch die Interferenz der Hochspannungsspitze beschränkt und ist typischerweise 1-2 cm².

- **Messungen in Abhängigkeit der Ladungen q_1 und q_2 :** Dieser Teil des Versuchs wird bei einer festen Distanz durchgeführt. Die Ladung auf Kugel 2 bleibt gleich, während die Ladung auf Kugel 1 variiert wird. Beide Ladungen haben das selbe Vorzeichen.

Die Kugeln sollten nahe genug beieinander positioniert sein, dass ein starkes Signal gemessen wird, aber genügt weit von einander entfernt sein, dass sich die Ladungen nicht gegenseitig beeinflussen. Die Distanz ist typischerweise 5 cm, muss aber jeweils angepasst werden.

Du benötigst zwei Spannungsgeneratoren. Benutze eine um Kugel 2 mit 15 kV zu laden und die andere um Kugel 1 mit variierender Spannung zu laden: 10 kV, 12.5 kV, 15 kV, 17.5 kV, 20 kV. Wiederhole die Messung jeder Spannung 5-20 Mal, abhängig davon wie unterschiedlich die einzelnen Messungen sind. Stelle sicher, dass du die Kugeln zwischen den Messungen entlädst.

1.4 Auswertung

- **Messungen in Abhängigkeit des Abstandes:** Berechne aus den gemessenen Auslenkungen der Torsionswaage die sich ergebende Kraft. Verwende dazu die oben angegebene Direktionskraft und berücksichtige den dort angesprochenen Faktor zwei. Erstelle ein $F(r)$ -Diagramm und fitte die Funktion $f(x) = a \cdot x^{-2} + b$ an Deine Daten. Interpretiere das Ergebnis, kannst Du die Abhängigkeit vom Abstand, wie sie im Coulomb'schen Gesetz auftaucht, bestätigen?
- **Messungen in Abhängigkeit der Ladungen q_1 und q_2 :** Trage Deine Messdaten in ein $F(q)$ -Diagramm ein. Es sollten zwei verschiedene Messreihen dargestellt werden. Die erste Messreihe beschreibt den Fall konstanter Ladung auf Kugel 2, während die Ladung

²Tipp: Je näher du messen kannst und je mehr Messpunkte du aufzeichnest, desto einfacher wird die Auswertung.

auf Kugel 1 variiert wird (Werte für negative und positive Spannungseinstellungen am Hochspannungsgerät können in der gleichen Messreihe verwendet werden). Die zweite Messreihe beschreibt genau den umgekehrten Fall. Fitte an beide Datensätze eine Gerade. Bestimme ε_0 aus der Steigung dieser Geraden und vergleiche Dein Resultat mit dem Literaturwert.

Literatur

- Demtröder Band 2 - *Elektrizität und Optik*, 6. Auflage: Abschnitt 1.1 bis 1.3